2026.1.21
GPIF Finance Awards for Students 2025-2026
研究発表会

大口注文に伴う取引コストは、投資家が制御できるか：価格インパクトのミクロモデルに基づく理論分析

京都大学 理学研究科
修士2年: 藤原 俊太
(共同研究者: 佐藤 優輝, 金澤 輝代士)

目次

1. 導入
    - 研究の背景と前提知識
    - 注文分割行動
    - 価格インパクトと平方根則
    - 課題とリサーチクエスチョン

2. モデルと結果

3. まとめと課題

資料公表時
には割愛

目次

資料公表時には割愛

研究背景：注文が引き起こす価格変動の重要性

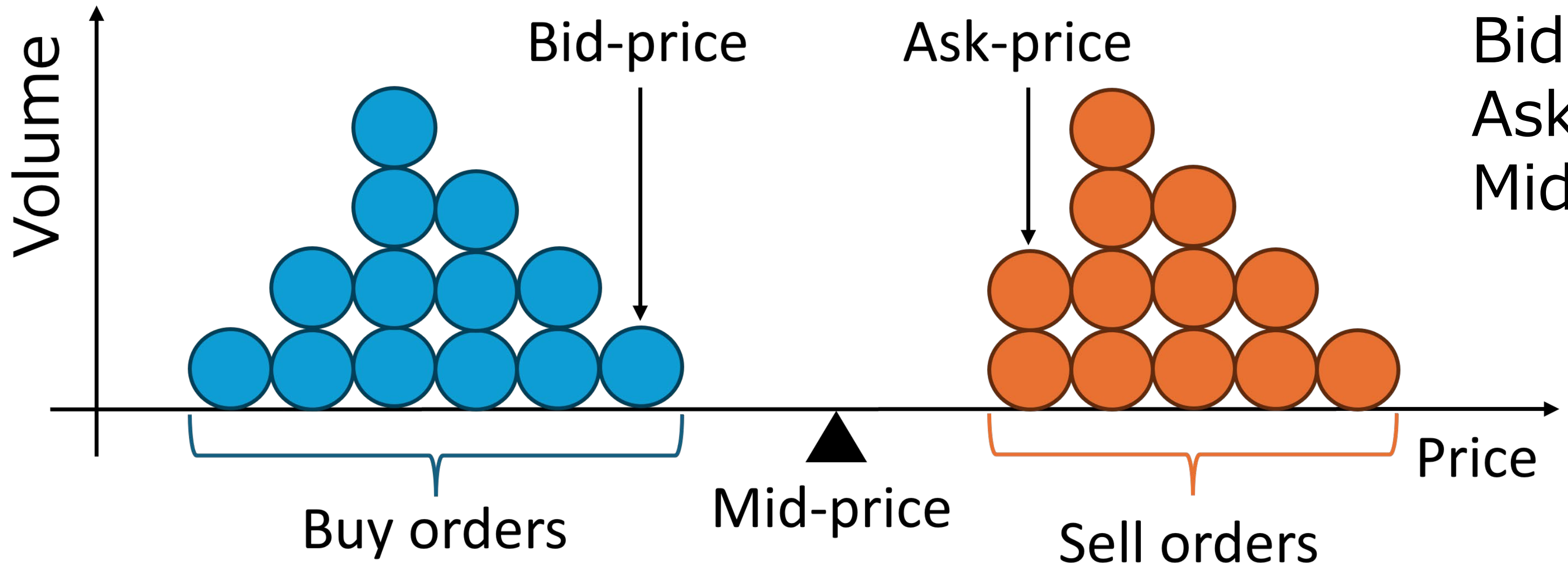
投資家が出す注文は、価格の変動に直接影響を与える

特に、機関投資家は大口注文を出すため、価格に大きな影響を与える

この影響を適切に評価しそこなった場合：
・市場で大暴落を引き起こすリスク
・取引コストの制御を誤り、大きな損失を被る可能性

GPIFのような機関投資家にとって、
大口注文が引き起こす価格変動の評価・制御は極めて重要

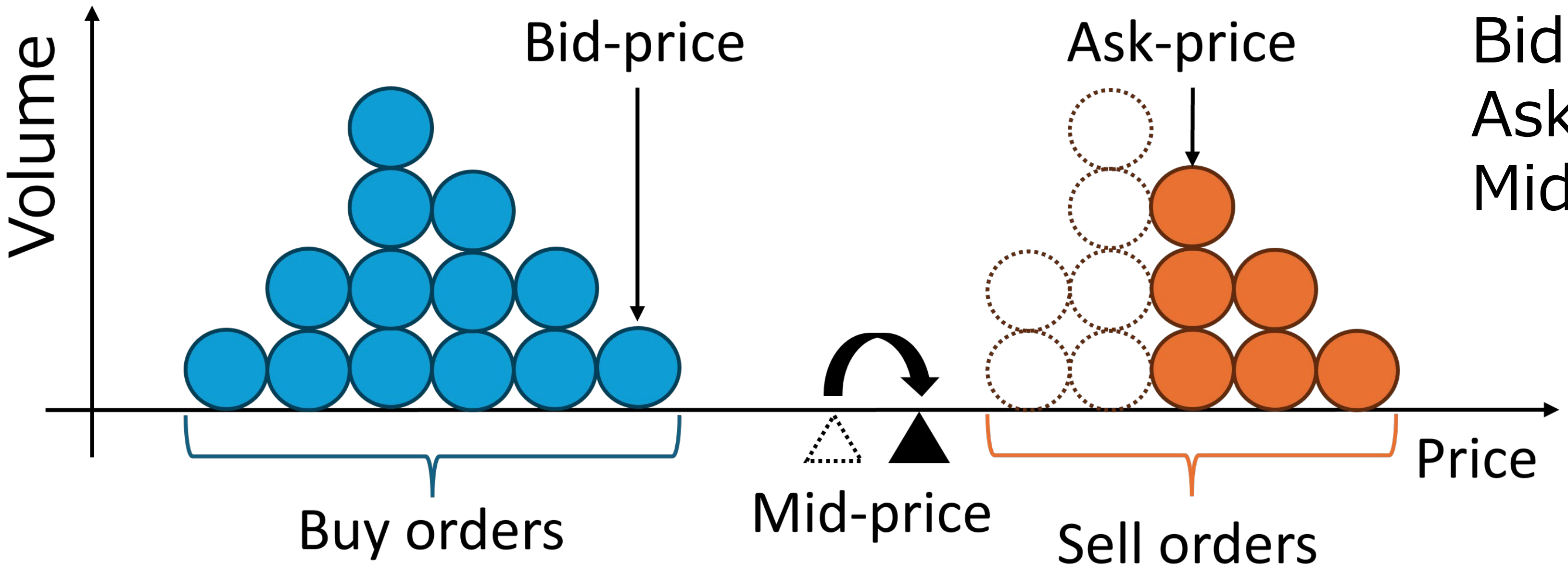
前提知識：注文板と価格の決まり方



Bid-price: 最良買い気配値
Ask-price: 最良売り気配値
Mid-price: 仲値

注文は、注文板に集約される
→そこで約定が行われ、価格が決まる
具体的には、最良買い気配値と最良売り気配値の仲値が価格となる

前提知識：注文板と価格の更新



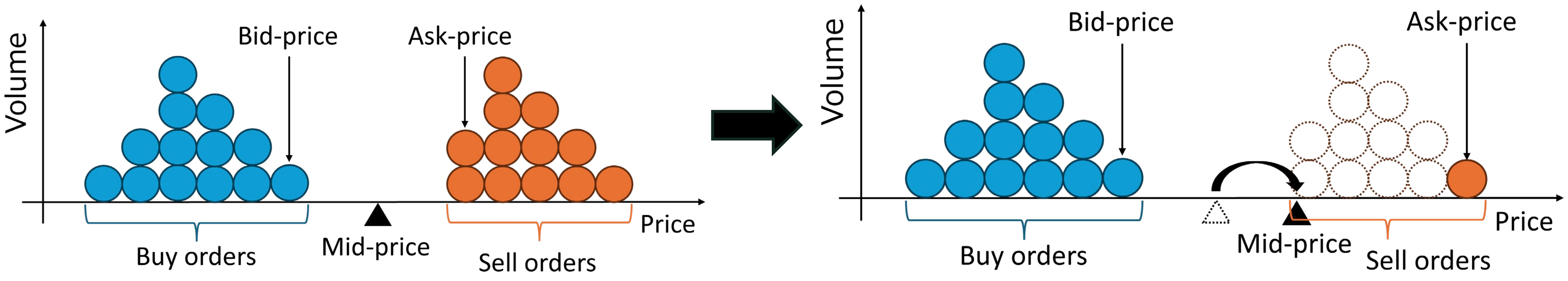
Bid-price: 最良買い気配値
Ask-price: 最良売り気配値
Mid-price: 仲値

注文による価格の更新のイメージ：
新たな成行注文が来ると、板にあった指値注文と約定
→気配値が動き、仲値が更新される

Ref: B. Toth, Z. Eisler, and J.-P. Bouchaudet *al* (2017)

投資家の注文行動戦略：注文分割行動

機関投資家は、一般に大口注文を出す
→そのまま一気に発注すると、価格が不利な方向へ大きく変わってしまう



投資家の注文行動戦略：注文分割行動

そこで、大口注文を多数の小口注文に分けて、時間を掛けて執行する
(=注文分割行動)
→急激な価格の変化を抑えて執行できる

Ref: J.-P. Bouchaud *et al* (2018)

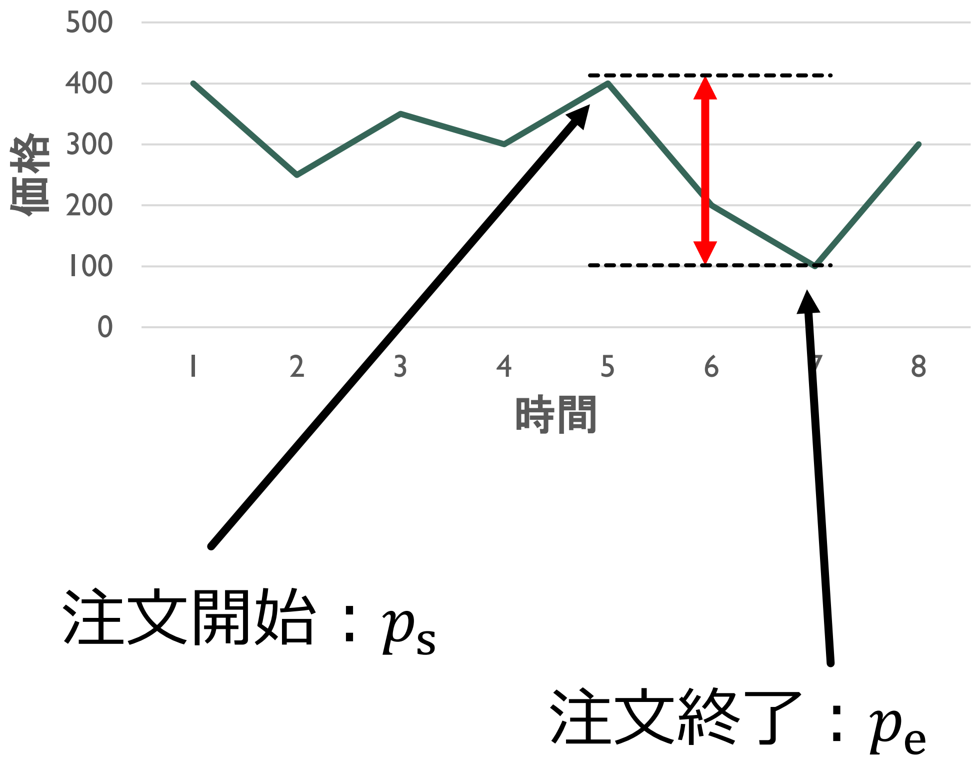
価格インパクト：注文による価格変化の定量的な指標

価格インパクト：
注文量Qによって引き起こされる価格の変化$I(Q)$

$$I(Q) \coloneqq E[\epsilon(p_{\mathrm{e}} - p_{\mathrm{s}})|Q]$$

ここで、
・Eは期待値
・ϵは売買符号で、買い：+1、売り：-1
・p_{e}は注文終了時の価格
・p_{s}は注文開始時の価格

自分の注文でどれだけ価格が変化するか
⇒ 取引コストと深く関係



価格インパクトの経験則：平方根則

価格インパクトは次のべき型の関数形に従う：

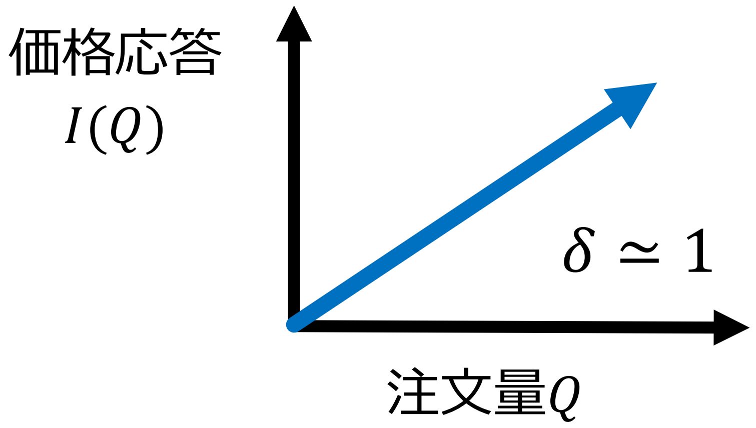
$$I(Q) \coloneqq E[\epsilon(p_{\mathrm{e}} - p_{\mathrm{s}})|Q] = cQ^{\delta}$$

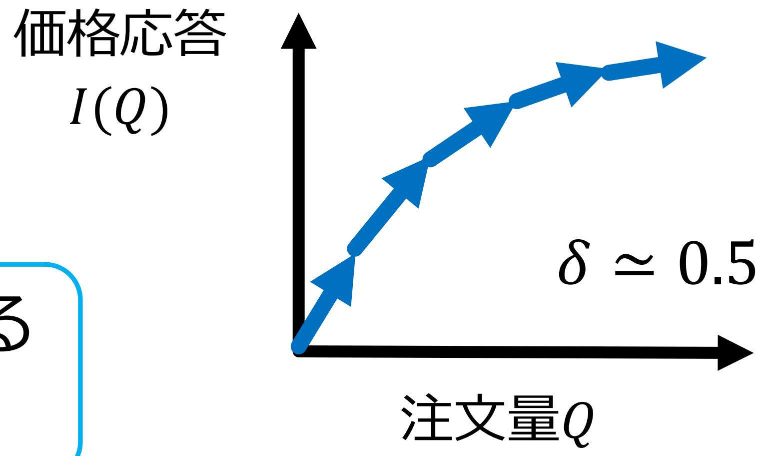
⇒ 平方根則のパラメータはδとcの2つ

・小さなQに対しては、 線形 ⟶ $\delta \simeq 1$

・大きなQに対しては、非線形 ⟶ $\delta \simeq 0.5$

特に、べき指数$\delta \simeq 0.5$は「平方根則」と呼ばれる
今回は平方根則の下で考える





平方根則での価格インパクトによる取引コスト

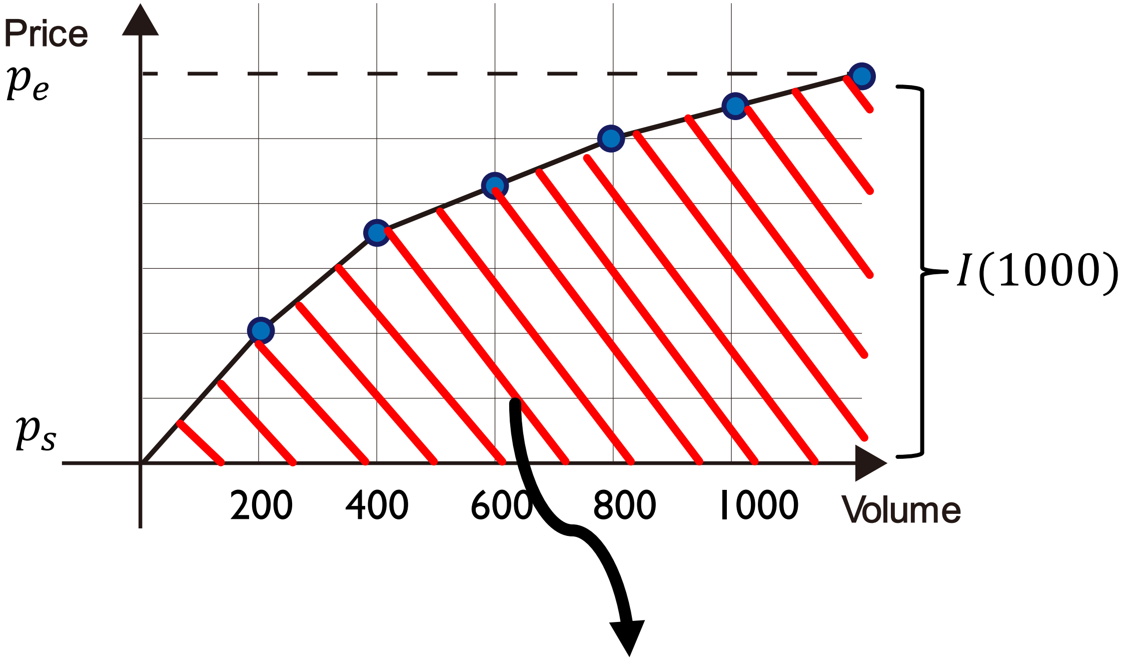
平方根則の下で、注文による価格インパクトが
引き起こす取引コストは次のように評価できる：

価格インパクトによる余分な取引コスト
＝右図の面積

$$= \frac{2}{3} c Q^{\frac{3}{2}}$$

⇒ 価格インパクトによる価格の変化は、
追加でコストを支払って売買することを意味する

取引コストを特徴づけるパラメータは
比例係数 c のみ



面積$= \frac{2}{3} c Q^{\frac{3}{2}}$

Ref:Y. Sato and K. Kanazawa(2025)

平方根則の実証研究：統計解析における無次元化

実証では、精密な測定のために、大量のデータ点が必要

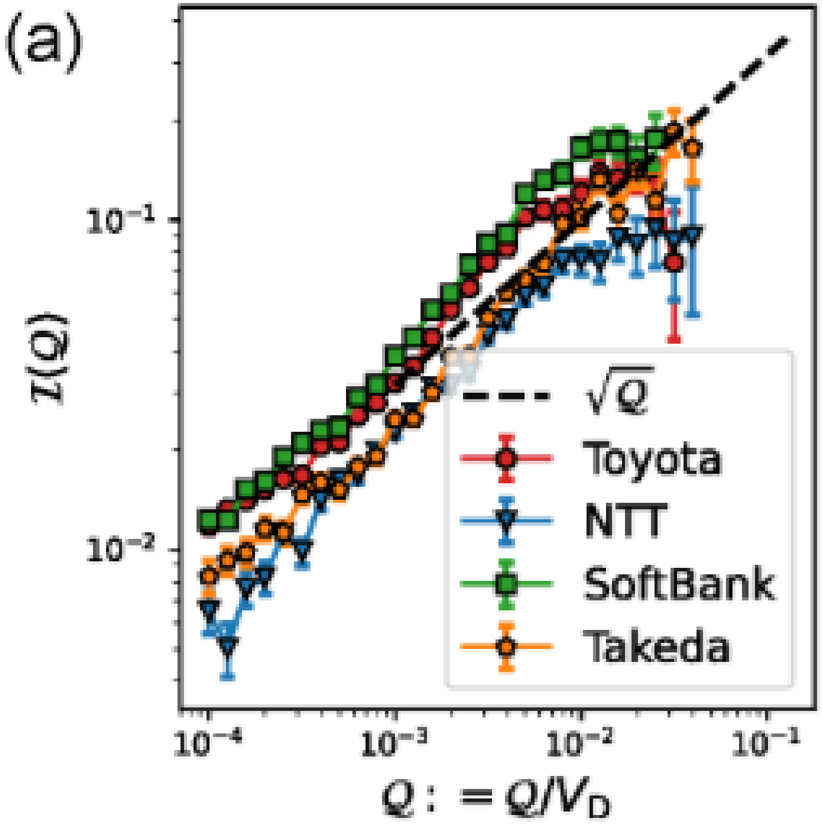
→単一の銘柄・日にちではなく、多数を跨いだ統計解析

$$\mathcal{I}(\mathcal{Q}) = Y\sqrt{\mathcal{Q}}, \mathcal{Q} := \frac{Q}{V_T}, \mathcal{I}(\mathcal{Q}) := \frac{I(Q)}{\sigma_T}$$

V_T, σ_Tは出来高、ボラティリティで、Yは無次元の比例係数
無次元化前のcは測定が困難

異なる市場・銘柄・日にちでも、
価格や量の違いを統制して統一的に扱えると期待

(a)



Ref:Y. Sato and K. Kanazawa(2025)

平方根則のべき指数δの実証研究：$\delta \simeq 0.5$は普遍的

Reference	Market	Institution	Sample size (# of metaorders)	Period	δ
Almgren et al. [S2]	US equity market	City group	29,509	2001-2003	0.6
Moro et al. [S3]	Spanish Stock Exchange	Various traders	55,309	2001-2004	0.7
Moro et al. [S3]	London Stock Exchange	Various traders	90,393	2002-2004	0.5
Zarinelli et al. [S4]	US equity market	ANcerno	6,944,883	2007-2009	0.47
Bucci et al., [S5, S6, S7]	US equity market	ANcerno	8,000,000	2007-2009	0.5
Toth et al.[S9]	Variety of futures contracts	Capital Fund Management	500,000	2007-2010	0.5-0.6
Bacry et al.[S10]	European equitiy market	European Investment Bank	400,000	2010	0.54
Bershova et al.[S11]	US equity market	Alliance Bernstein	12,500	2009-2011	0.5
Mastromatteo et al.[S12, S13]	Futures contracts market	Capital Fund Management	around 1,000,000	2007-2010	0.4-0.7
Donier et al.[S14]	Bitcoin market	Various traders	1,000,000	2011-2013	0.5
Brokmann et al.,[S15]	Equity markets in Europe, US, Japan, and Australia	Capital Fund Management	1,600,000	2011-2013	0.6
Toth et al.,[S16]	Option market	Capital Fund Management	450,000	2013-2016	0.4-0.43
Sadi et al.[S17]	European equity markets	Various traders	1,561,505	2016-2017	0.51
Sadi et al.,[S18]	Korean options market	BNP Paribas	149,441	2016-2018	0.53-0.56

Ref:Y. Sato and K. Kanazawa(2025)

平方根則のべき指数δの実証研究：$\delta \simeq 0.5$は普遍的

Reference	Market	Institution	Sample size (# of metaorders)	Period	δ
Almgren et al. [S2]	US equity market	City group	29,509	2001-2003	0.6
Moro et al. [S3]	Spanish Stock Exchange	Various traders	55,309	2001-2004	0.7
Moro et al. [S3]	London Stock Exchange	Various traders	90,393	2002-2004	0.5
Zarinelli et al. [S4]	US equity market	ANcerno	6,944,883	2007-2009	0.47
Bucci et al., [S5, S6, S7]	US equity market	ANcerno	8,000,000	2007-2009	0.5
Toth et al.[S9]	Variety of futures contracts	Capital Fund Management	500,000	2007-2010	0.5-0.6
Bacry et al.[S10]	European equitiy market	European Investment Bank	400,000	2010	0.54
Bershova et al.[S11]	US equity market	Alliance Bernstein	12,500	2009-2011	0.5
Mastromatteo et al.[S12, S13]	Futures contracts market	Capital Fund Management	around 1,000,000	2007-2010	0.4-0.7
Donier et al.[S14]	Bitcoin market	Various traders	1,000,000	2011-2013	0.5
Brokmann et al.,[S15]	Equity markets in Europe, US, Japan, and Australia	Capital Fund Management	1,600,000	2011-2013	0.6
Toth et al.,[S16]	Option market	Capital Fund Management	450,000	2013-2016	0.4-0.43
Sadi et al.[S17]	European equity markets	Various traders	1,561,505	2016-2017	0.51
Sadi et al.,[S18]	Korean options market	BNP Paribas	149,441	2016-2018	0.53-0.56

Ref:Y. Sato and K. Kanazawa(2025)

平方根則のべき指数δの実証研究：$\delta \simeq 0.5$は普遍的

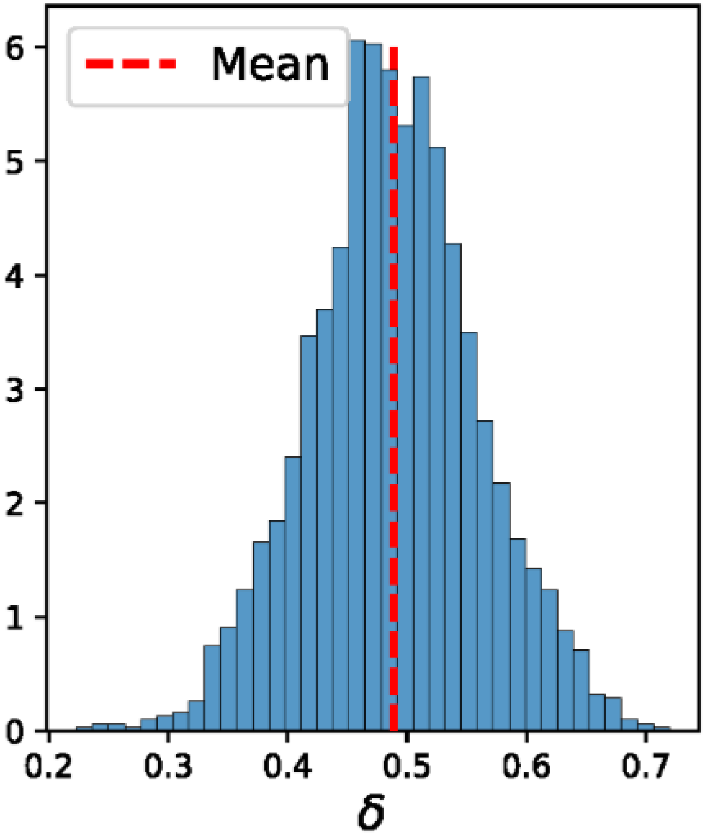
Reference	Market	Institution	Sample size (# of metaorders)	Period	δ
Almgren et al. [S2]	US equity market	City group	29,509	2001-2003	0.6
Moro et al. [S3]	Spanish Stock Exchange	Various traders	55,309	2001-2004	0.7
Moro et al. [S3]	London Stock Exchange	Various traders	90,393	2002-2004	0.5
Zarinelli et al. [S4]	US equity market	ANcerno	6,944,883	2007-2009	0.47
Bucci et al., [S5, S6, S7]	US equity market	ANcerno	8,000,000	2007-2009	0.5
Toth et al.[S9]	Variety of futures contracts	Capital Fund Management	500,000	2007-2010	0.5-0.6
Bacry et al.[S10]	European equitiy market	European Investment Bank	400,000	2010	0.54
Bershova et al.[S11]	US equity market	Alliance Bernstein	12,500	2009-2011	0.5
Mastromatteo et al.[S12, S13]	Futures contracts market	Capital Fund Management	around 1,000,000	2007-2010	0.4-0.7
Donier et al.[illegible]	[illegible]	[illegible]ers	1,000,000	2011-2013	0.5
Brokmann et al.[illegible]	[illegible]	[illegible]agement	1,600,000	2011-2013	0.6
Toth et al.,[S16]	Option market	Capital Fund Management	450,000	2013-2016	0.4-0.43
Sadi et al.[S17]	European equity markets	Various traders	1,561,505	2016-2017	0.51
Sadi et al.,[S18]	Korean options market	BNP Paribas	149,441	2016-2018	0.53-0.56

- $\delta \simeq 0.5$は市場や日時に依らない普遍的な指数である

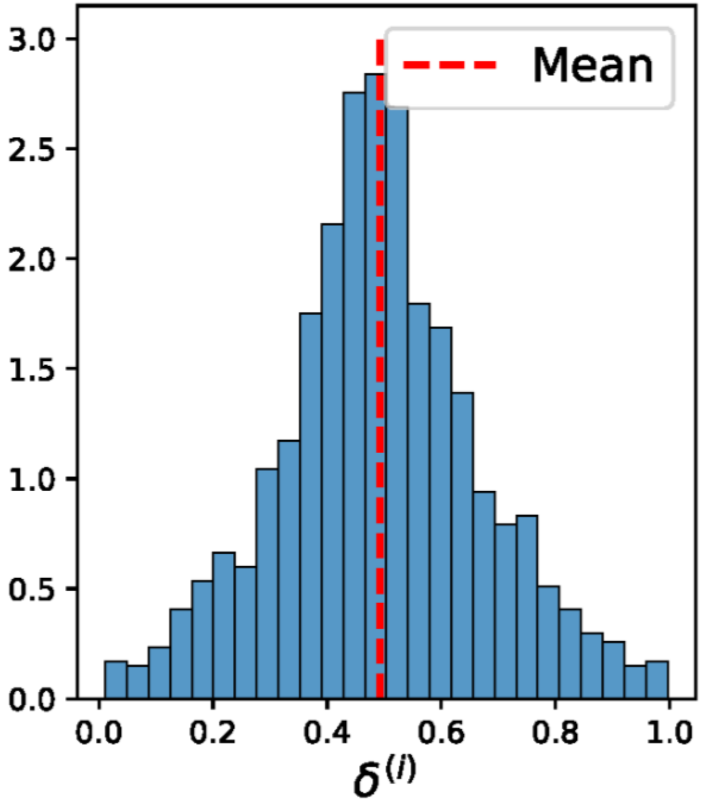
平方根則のべき指数δの実証研究：$\delta \simeq 0.5$は普遍的

平方根則のべき指数$\delta \simeq 0.5$は、
国や市場、日時を超えて
成り立つだけではなく

$\delta \simeq 0.5$の普遍性は
銘柄レベルでも
トレーダーレベルで
も成り立つ



銘柄レベルの
平方根則



トレーダーレベルの
平方根則

Ref:Y. Sato and K. Kanazawa(2025)

無次元化後の比例係数Yの統計：大まかに1を取る

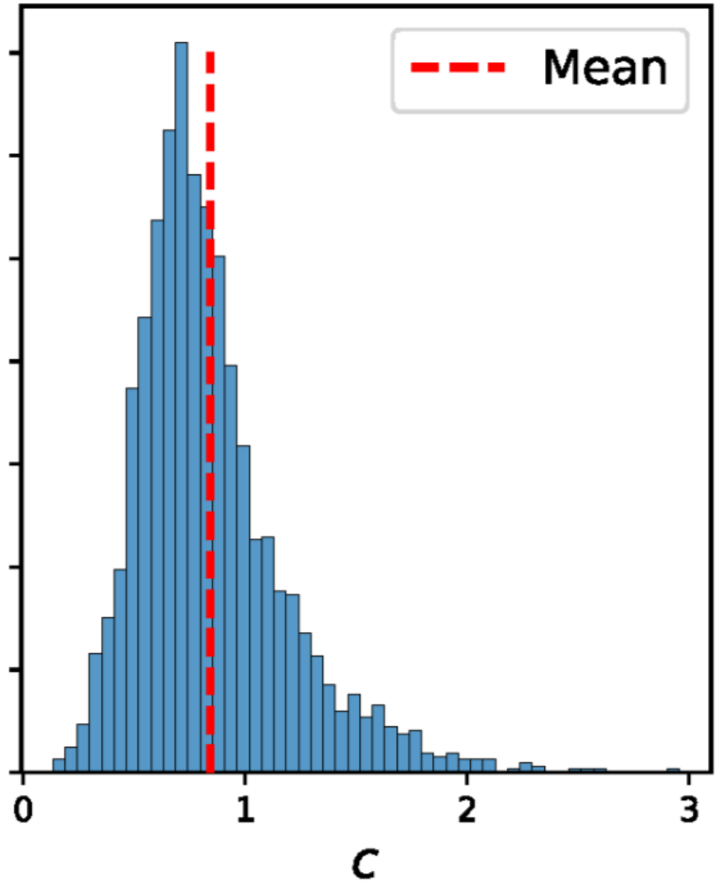
無次元化した後の比例係数Yの値は、平均値として

$$\mathbb{E}[Y] = 0.842$$

※測定上、ボラティリティの定義として通常と異なる
ボラティリティを用いている

⇒ 通常のボラティリティとは定数倍(0.62倍)だけズレる
(詳細は割愛)

―経験則―
・Yの値は鋭いピークを持ち、典型値が存在



※この論文の図ではcとあるが、
本発表におけるYに対応する

無次元化後の比例係数Yの統計：大まかに1を取る

ビットコイン市場においては、
無次元化後のYは右図のように分布

他にも、いくつかの実証研究がYは大体1
に近い値を取ることを報告

ー経験則ー
・Yの値は鋭いピークを持ち、典型値が存在
・その典型値はオーダー1程度

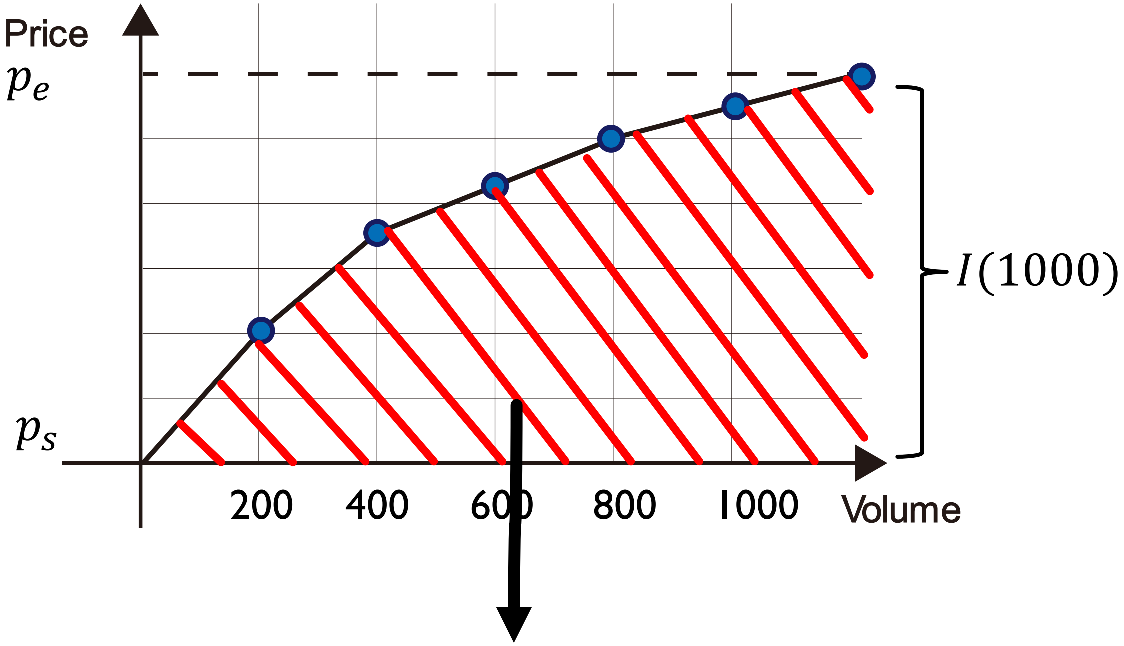
資料公表時、
図は割愛

課題：取引コストを特徴づけるcの性質は不十分

c は無次元化前の係数のため、
測定するには単一での統計解析が必要
→データ点が少なくなり、測定が困難
(そのため、無次元化後の Y を測定)

一方、投資家は取引コストを抑えるため、
c を小さくしたい…(c の性質が気になる)

では、c は投資家によって異なるのか？
→投資家は取引コストを制御出来るのか？



$$\text{取引コスト} = \text{面積} = \frac{2}{3}cQ^{\frac{3}{2}}$$

RQ：比例係数 c は投資家の戦略で制御可能か？

価格インパクトの平方根則：

$$I(Q) = c\sqrt{Q} \rightarrow \mathcal{I}(Q) = Y\sqrt{Q}$$

・比例係数 c は取引コストと関連
・投資家によって異なるのか？

メソッド：価格の理論的なミクロモデルとして、
c が投資家よらず同一の場合を考える(＝帰無仮説)
⇒ 無次元化した Y を、実証研究における Y の統計・典型値と比較(=棄却できるか、整合するか)

H_0: c は全員全員同じ→投資家は制御できない
H_1: c は投資家によって異なる→投資家は制御できる可能性

目次

1. 導入
   - 研究の背景と前提知識
   - 注文分割行動
   - 価格インパクトと平方根則
   - 課題とリサーチクエスチョン

2. モデルと結果

3. まとめと課題

資料公表時
には割愛

目次

1. 導入
    - 研究の背景と前提知識
    - 注文分割行動
    - 価格インパクトと平方根則
    - 課題とリサーチクエスチョン

2. モデルと結果

3. まとめと課題

資料公表時
には割愛

本日はお忙しい中、
ご清聴ありがとうございました