



均衡収益率におけるリスク回避度の推定方法に関する試み ～GPIFの期待リターン推計方法の観点から～

2023年12月5日

報告者： 竹内光

著 者： 宮崎浩一、竹内光、渡辺桂士

年金積立金管理運用独立行政法人(GPIF)

※当該研究は、GPIF職員の研究成果をとりまとめたものであり、GPIFの公式見解を示すものではありません。

- 年金積立金管理運用独立行政法人(以下GPIFと呼ぶ)では、基本ポートフォリオ策定における長期の期待リターン推計の一つの材料として均衡収益率を用いている。均衡収益率は、期待短期金利、市場の時価総額、投資家のリスク回避度、資産間の分散共分散によって求められる。その際、将来の実現リターンを表すような均衡収益率の算出に必要となるリスク回避度をどう設定するかという課題がある。モデルを使用し、均衡収益率がのちの実現リターンに近くなるようなリスク回避度を逆算したところ、 $-3\sim 5$ の値をとり、平均約1.5となることが分かった。ただし、アウトサンプルデータを使用するため、過去時点においてしかこのような逆算はできない。
- 次に、将来の期待リターンを与えるリスク回避度を現時点において算出(フォワード・ルッキングなりリスク回避度と呼ぶ)するために、現時点において将来の実現リターンを代替すると考えられる指標を模索した。金利指標は株価等の指標よりも将来リターンに関する情報が織り込まれていると考えられることから、国内債券(NomuraBPI)の将来リターンについては、現時点の金利指標で説明できると考えられる。分析の結果、各時点における将来10年間の国内債券の期待リターンは、その時点の15年JGB利回りによって代替できることが分かった。
- 最後に、このようにして求められる国内債券のフォワード・ルッキングなりリスク回避度を、インサンプル期間における国内債券と伝統的4資産のリスク回避度の線形関係を用いることにより、伝統的4資産のフォワード・ルッキングなりリスク回避度に拡張した。その結果、現時点における伝統的4資産のフォワード・ルッキングなりリスク回避度は約1.5となることが分かった。

※ 当該研究はGPIF職員の研究成果をとりまとめたものであり、文章中で示された内容や意見はGPIFの公式見解を示すものではありません。

0-1. 研究の背景と問題意識

- GPIFの第4期基本ポートフォリオの策定(2020年4月)では、伝統的4資産の期待リターンの推計について、従来法による期待リターンに均衡収益率を混合することで推計。
- 従来法とは第3期基本ポートフォリオ策定で用いた方法(2014年10月)
 - 国内債券については、将来の長期金利推移シナリオを想定した債券運用のシミュレーションから算定
 - 国内株式、外国債券、外国株式については、短期金利にリスクプレミアムを加えたビルディング・ブロック法により算定
- 混合にはBlack-Littermanモデルの枠組みを用いた。2種類のリターンを混合することで期待リターン推計の安定化を図った。



0-2. 研究の背景と問題意識

- 基本ポートフォリオ策定では、均衡収益率の推計にあたり、4資産のリスク回避度の設定が課題になった。
 - 均衡収益率の式: $\mu = r_f * 1 + \gamma \Sigma m$
 - r_f : 期待短期金利、 γ : リスク回避度、 Σ : 分散共分散行列、 m : 市場時価額ウェイト
 - リスク回避度は先行研究における水準等を参考にして設定した。
 - Ang(2014): 1~10
 - Paravisini, Pappoport and Ravina(2016): 中央値として1.6
 - Holt and Laury(2002): Paravisiniらの設定に換算すると1.2
 - Choi, Fisman, Gale and Kariv(2007): Paravisiniらの設定に換算すると1.8
 - ⇒ リスク回避度は、推定方法やデータ期間、資産の種類などによって様々な値をとるが、先行研究からは概ね1~2程度と考えられる。
- 基本ポートフォリオ策定後も引続き、リスク回避度を定量的に決定する手法について職員が模索。

0-3. 研究の背景と問題意識

○ 本報告がテーマとする問題

- 均衡収益率を期待リターン推計の一部に用いている。
- リスク回避度の定量的な設定方法が課題となっている。
- 均衡収益率が将来の実現リターンと一致するようなリスク回避度はいくらか？

○ 本報告のアウトライン

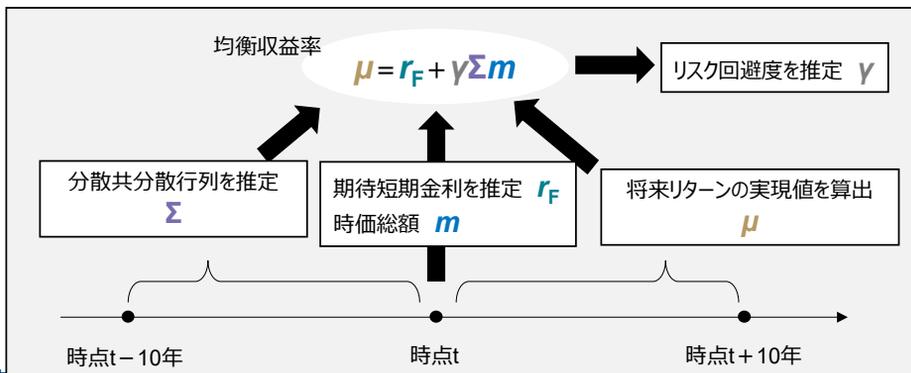
1. インサンプル期間における推計……伝統的4資産の過去の実現リターンデータを用いて、均衡収益率が実現リターンと一致するようなリスク回避度を逆算（～2013年）
2. 代替指標の探索……先行き10年間の国内債券リターンを15年JGB利回りで説明
3. 直近における推計……均衡収益率が実現リターンと一致するようなリスク回避度を推計（2013年～2023年）
4. まとめと今後の課題

1-1. 均衡収益率が将来リターンと一致するリスク回避度

○ インサンプル期間における4資産のリスク回避度の推定

- 均衡収益率の式: $\mu = r_f * 1 + \gamma \Sigma m$ において、
 - 期間[t-10Y, t]のデータを用いて分散共分散行列 Σ を推定
 - 時点tの日本国債利回りから期待短期金利 r_f を推定
 - 時点tの(時価総額)ウェイト m を使用
 - 期間[t, t+10Y]の実現リターン μ を使用
- これらのインプットから、均衡収益率が将来リターンに一致するとして、4資産のリスク回避度 γ を逆算。

【リスク回避度推定のイメージ図】



1-2. 均衡収益率が将来リターンと一致するリスク回避度

○ 使用データ

- 伝統的4資産の指数データは、GPIFの政策ベンチマークに依拠
 - 国内債券: Nomura-BPI(除くABS)
 - 国内株式: TOPIX(配当込み)
 - 外国債券: FTSE世界国債インデックス(除く日本、円ベース)
 - 外国株式: MSCI ACWI(除く日本、円ベース、配当込み)
- 金利データ: 日本国債金利(財務省)
 - 期待短期金利 r_f は、t時点の金利イールドカーブについて、1~10年始まりの1年フォワードレートの平均によって設定。(≒10年金利)
- ウェイトは三種類を使用
 - ① 市場時価総額ウェイト: 4資産の指数構成銘柄の総時価総額から算出
 - ② 均等ウェイト: 4資産ともに25%
 - ③ 最小分散ポートフォリオウェイト: $m^T \Sigma m$ を最小にする m

1-3. 均衡収益率が将来リターンと一致するリスク回避度

○ 推定方法

- リスク回避度の推定方法としては以下の2種類の方法(*f, *g)を実施
 - 方法*f: 均衡収益率の式を $\mu = r_f * 1 + \gamma \Sigma m + \varepsilon$ と解釈し、 ε が最小になるように γ を逆算
 - ⇒ $\gamma^{*f} = \sum_i (\mu_i - r_f) \sigma^2_{(i)} / \sum_i \sigma^4_{(i)}$
 - 方法*g: 均衡収益率の式を $\text{diag}(\Sigma m)^{-1}(\mu - r_f * 1) = \gamma * 1 + \varepsilon$ と解釈し、 ε が最小になるように γ を逆算
 - ⇒ $\gamma^{*g} = \sum_i (\mu_i - r_f) / \sigma^2_{(i)} / 4$
- ※ ここで $\sigma^2_{(i)}$ はベクトル Σm の第 i 成分である。

【リスク回避度の推定パターン】

	①市場時価総額 ウェイト	②均等ウェイト	③最小分散ポート フォリオウェイト
方法*f	○	○	×
方法*g	×	×	×

※表中の×は、最終的に推定が上手くいかなかったパターン

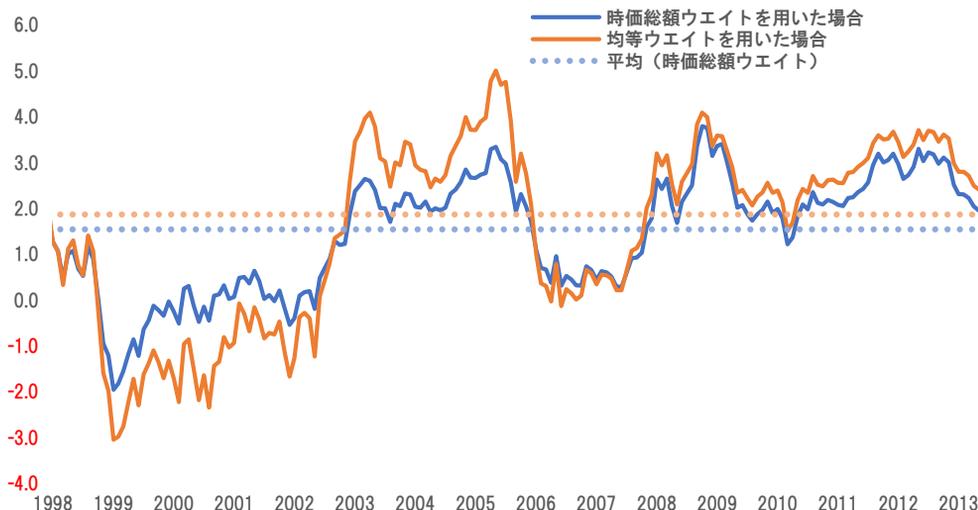
1-4. 均衡収益率が将来リターンと一致するリスク回避度

○ 推定結果(推定方法*f、ウェイト①②の場合)

※ [t,t+10]の実現リターンを用いるため2013年までしか推定できない。

- 1999年～2002年頃にマイナスの値をとる。
- 1997年12月～2013年7月の「均衡収益率が将来の実現リターンに一致する」リスク回避度の平均は約1.5となった。※ただし負値は0として平均をとった。

【結果】

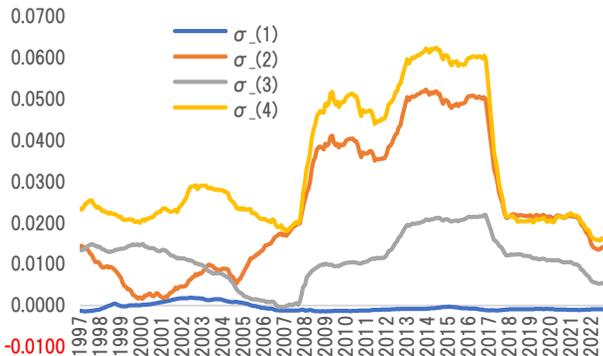


1-5. 均衡収益率が将来リターンと一致するリスク回避度

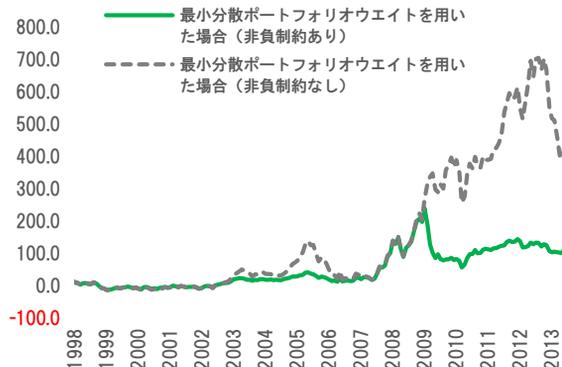
○ その他の推定結果(推定が上手くいかない場合)

- 推定方法*gの場合
 - 分母の($\sum m$ の第1成分) $\sigma^2_{(1)}$ が0になることがあるため、 γ^{*g} は発散する。
- mとして③最小分散ポートフォリオウェイトを用いる場合
 - リスク回避度が発散的な挙動を示す。

【参考： $\sigma^2_{(1)}$ の推移】



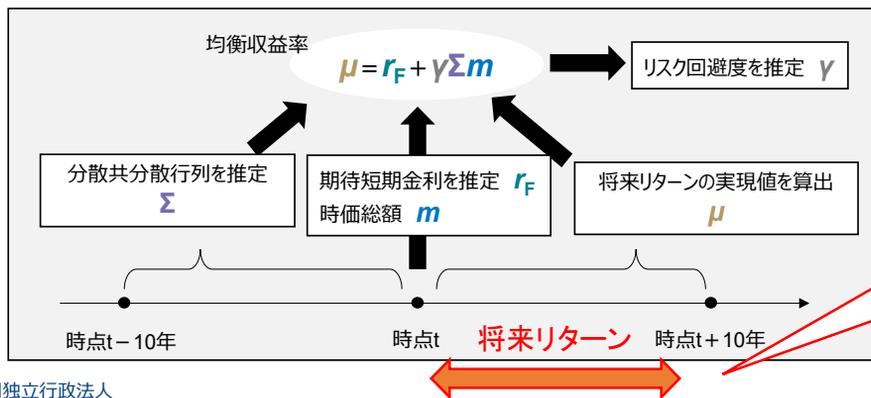
【ウェイト③の場合の結果】



- ⇒ 以降、推定方法は*f、mは①市場時価総額ウェイトの場合を考える。

2-1. 国内債券の将来実現リターンの代替指標

- 「均衡収益率が将来の実現リターンに一致する」リスク回避度を、2014年～直近の期間においても求めたい。
- ・ 同様に実行するためには将来期間のリターンデータが必要になる。
- ・ 金利指標には(株価等の指標よりも)将来リターンに関する情報が織り込まれていると考えられるため、金利データによって国内債券の将来リターンを代替できる可能性がある。
- 国内債券について、先行き10年間の実現リターンを代替できるような日本国債金利(以下JGB利回り)を探索する。



国内債券リターンについてはJGB金利で代替

2-2. 国内債券の将来実現リターンの代替指標

○ 分析方針

- 国内債券リターンと様々な年限のJGB利回りについて一致具合を検証。

検証の対象となる期間	仮説検定の対象となる組 (将来N年間のBPIリターン, 現時点のM年JGB利回り)
1986/12/1~1998/6/19	(1) (25Y BPI Return, 25Y JGB Yield)
1986/12/1~2003/6/19	(2) (20Y BPI Return, 25Y JGB Yield) , (3) (20Y BPI Return, 20Y JGB Yield)
1986/12/1~2008/6/19	(4) (15Y BPI Return, 25Y JGB Yield) , (5) (15Y BPI Return, 20Y JGB Yield) , (6) (15Y BPI Return, 15Y JGB Yield)
1986/12/1~2013/6/19	(7) (10Y BPI Return, 25Y JGB Yield) , (8) (10Y BPI Return, 20Y JGB Yield) , (9) (10Y BPI Return, 15Y JGB Yield) , (10) (10Y BPI Return, 10Y JGB Yield)
1986/12/1~2018/6/19	(11) (5Y BPI Return, 25Y JGB Yield) , (12) (5Y BPI Return, 20Y JGB Yield) , (13) (5Y BPI Return, 15Y JGB Yield) , (14) (5Y BPI Return, 10Y JGB Yield) , (15) (5Y BPI Return, 5Y JGB Yield)

※ 先行き10年以外のリターンについても行った。

○ 分析に用いたデータ

- 国内債券リターン、各年限のJGB利回り

○ 検定方法

- 期間 $[t, t+N年]$ の国内債券リターン y_t と、時点 t の M 年JGB利回り x_t の対についてデータの差 $d_t = x_t - y_t$ を考え、一定頻度で採取した $\{d_{t1}, d_{t2}, \dots, d_{tk}\}$ を母分布からの一つの標本として、 t 検定を実施。
- 頻度 $\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ としては4半期、半年、年次の3パターンを実施。

2-3. 国内債券の将来実現リターンの代替指標

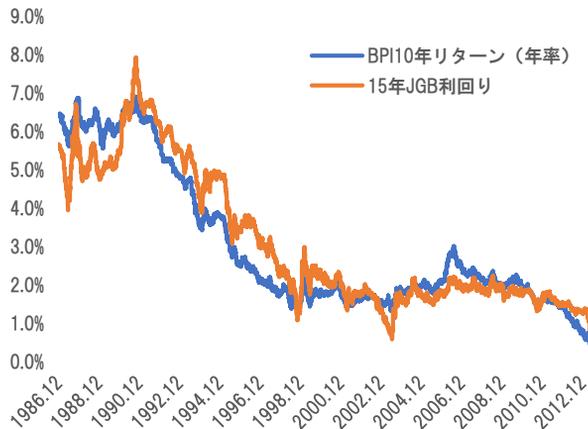
○ 分析結果

- ※ 標本 $\{d_{t1}, d_{t2}, \dots, d_{tk}\}$ は時系列データであり、頻度が高いと無作為抽出の標本とはみなせないが、年次であれば問題ないと考える。
- t 値が小さいのは、先行き10年間の国内債券リターンと年限15年のJGB利回りの組合せであり、平均値(0.07%)・標準偏差(0.60%)も比較的小さい。
- 国内債券の将来10年間のリターンは15年JGB利回りと一致性が高い。

【検定結果】

	BPI-Yield	25-25	20-25	20-20	15-25	15-20	15-15
Annual	t-Value	12.46	7.50	6.58	6.23	5.13	3.61
	Std (BP)	62	83	85	73	75	81
	Average(BP)	222	151	135	97	82	62
	# of Data	12	17	17	22	22	22

10-25	10-20	10-15	10-10	5-25	5-20	5-15	5-10	5-5
3.61	2.44	0.62	-2.80	-0.53	-1.43	-3.18	-5.90	-10.17
60	59	60	55	88	85	79	77	76
42	28	7	-30	-8	-21	-44	-81	-136
27	27	27	27	32	32	32	32	32



3-1. 将来の期待リターンを与えるリスク回避度

- 10年間の国内債券リターンを15年JGBスポットレートで代替し、「均衡収益率が将来の実現リターンと一致するような」リスク回避度の直近値を推定する。
- 一方で、国内株式・外国債券・外国株式については将来リターンを代替する指標がないので、1のように4資産のリスク回避度 γ^{*f} を求める方法は使えない。
- そこで以下の方法を適用する。
 - Step1……15年JGBスポットレート※を説明変数、10年間の国内債券リターンを被説明変数とする回帰分析を行い、先行き10年間の国内債券リターンを直近まで延長。
 - Step2……国内債券のリスク回避度 γ^{BPI} と、伝統的4資産のリスク回避度 γ^{*f} との回帰分析を実施。
 - Step3……Step1で求めた先行き10年間の国内債券リターンから、国内債券のリスク回避度 γ^{BPI} を直近まで推計。次に、Step2の回帰係数を用いて、4資産のリスク回避度 γ^{*f} を直近まで延長。

※ 一致性の分析においてはJGB利回りを用いたが、その他の分析ではスポットレートを使っている。

3-2. 将来の期待リターンを与えるリスク回避度

○ Step1

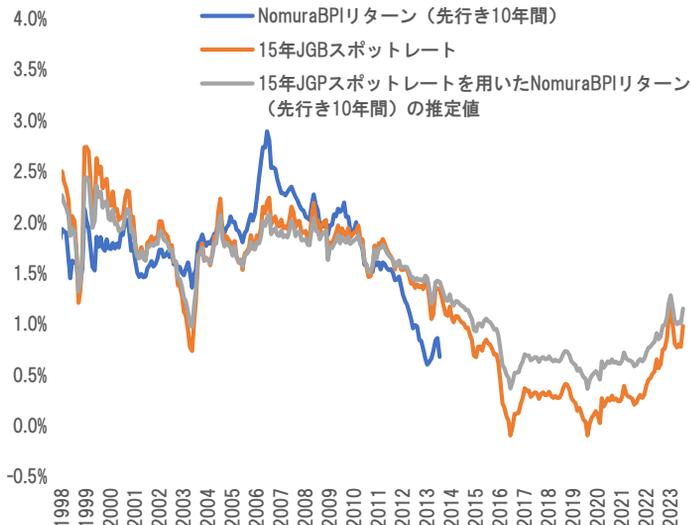
- 期間 [t, t+10年] の国内債券リターン y_t と、時点tの15年JGBスポットレート x_t について回帰分析を実施。(t: 1997年12月～2013年7月)
- 回帰式 $R_{DB} := 0.732x_t + 0.004$ ($R^2 = 0.37$) を用いて、2013年7月～2023年7月について、「10年間の国内債券リターン」の推計値 R_{DB} を導出。

【回帰分析結果】

- データ期間: 1997年12月31日～2013年7月31日
- データ頻度: 月次

回帰統計	
重相関 R	0.6073
重決定 R ²	0.3688
補正 R ²	0.3654
標準誤差	0.0034
観測数	188

	係数	標準誤差	t	P-値
切片	0.0043	0.0013	3.3350	0.0010
X 値 1	0.7324	0.0703	10.4256	2.5E-20



3-3. 将来の期待リターンを与えるリスク回避度

○ Step2

- 国内債券のリスク回避度 $\gamma^{BPI} = (\mu_{BPI} - r_f) / \sigma^2_{BPI}$ を推定。
 - 分散 σ^2_{BPI} : 期間[t-10年, t]の国内債券リターンデータの分散。
 - 期待短期金利 r_f : 時点tのJGBスポットレートから、フォワードレートの10年平均によって設定。
 - 実現リターン μ_{BPI} : 期間[t, t+10年]の国内債券の実現リターン(年率)
- γ^{BPI} も γ^{*f} と同様に、期間1997年～2013年でのみ逆算可能。
- γ^{BPI} と γ^{*f} の回帰分析を実施。 $\gamma^{*f} \doteq 0.096 \times \gamma^{BPI} + 0.837$ (R2=0.19)

【回帰分析結果】

- データ期間: 1997年12月31日～2013年7月31日
- データ頻度: 月次

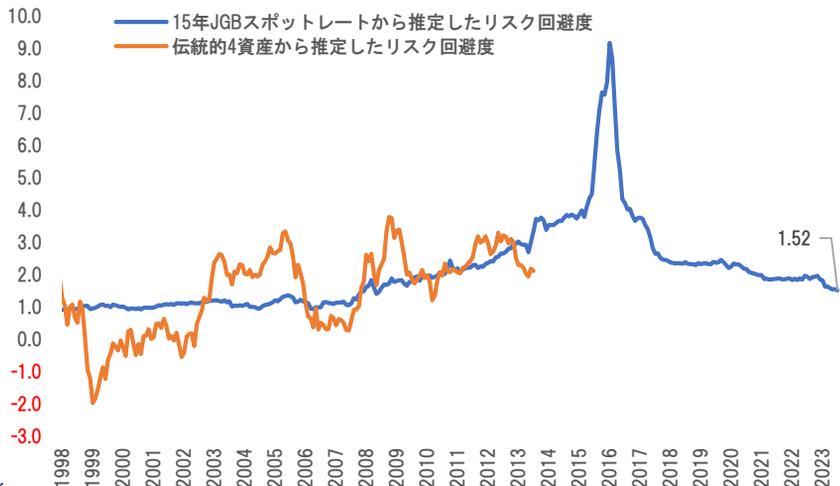
回帰統計		係数	標準誤差	t	P-値	下限 95%	上限 95%
重相関 R	0.4370	切片	0.8373	0.1252	6.6903	2.5E-10	0.5904 1.0842
重決定 R2	0.1909	X 値 1	0.0962	0.0145	6.6254	3.6E-10	0.0676 0.1249
補正 R2	0.1866						
標準誤差	1.1329						
観測数	188						

3-4. 将来の期待リターンを与えるリスク回避度

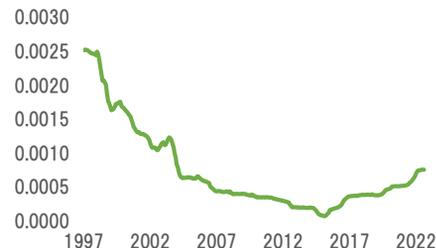
○ Step3

- Step1で求めた「10年間の国内債券リターン」の推計値 R_{DB} を用いて、 $\gamma^{DB} = (R_{DB} - r_f) / \sigma^2_{BPI}$ によって国内債券のリスク回避度を2023年7月まで延長。
- Step2の回帰式 $\gamma^{*f} = 0.096 \times \gamma^{DB} + 0.837$ を用いて伝統的4資産のリスク回避度 γ^{*f} を2023年7月まで延長したところ、直近では約1.5となった。

【結果】



【参考： σ^2_{BPI} の推移】



○ まとめ

- 「均衡収益率が先行き10年間の期待リターンと一致するような」リスク回避度を、期間1997年12月～2013年7月について推定した。当該期間平均は約1.5となった。
- 将来の実現リターンを代替する指標を模索し、国内債券の10年間のリターンは、JGB15年利回りで説明できることが分かった。
- 国内債券の10年間のリターンについて推計値を直近まで導出し、国内債券・伝統的4資産の2種類のリスク回避度との間の回帰関係を用いることで、「均衡収益率が先行き10年間の期待リターンと一致するような」リスク回避度を2013年7月～2023年7月についても推計した。直近での値は約1.5となった。

○ 今後の課題

- 10年間の国内債券のリターンと15年JGB利回りは、一致度は高いが、説明力が高いとまでは言えなかった。また、分析に用いたデータ期間は概ね金利の低下局面に該当している。
 - ⇒ 複数の年限を組み合わせて説明力を高めること。
 - ⇒ 結果に頑健性があるか要検証。
- 国内債券についてのみ、将来リターンをJGBスポットレートで代替した。
 - ⇒ 外国債券の将来リターンについても金利情報で代替し拡張することで、推定精度を高められるかもしれない。
- 期間として10年をとり、先行き10年間のリターンを分析対象とした。
 - ⇒ GPIFの基本ポートフォリオ策定ではより長期（例えば25年間）の期待リターンを設定する必要があるため、当該策定に活用するためには、より長期間で「均衡収益率が実現リターンと一致する」リスク回避度を推定する必要がある。

