

2021 年 12 月 27 日

宮崎 浩一

阿部 友樹

島田 和裕

EXECUTIVE SUMMARY

- 伝統的な債券投資戦略に「キャリーロールダウン戦略」というものがあり、この戦略は将来の利回り曲線が不変であることを前提としたものである。
- 利回りのボラティリティーが相応に高い米国債市場においては、「将来の利回り曲線が不変であるという前提が満たされにくい」ことがあげられる。
- 本研究では、Litterman and Scheinkman [1991]を 30 年ぶりに再訪し、因子分析に基づくシナリオリターンをキャリーロールダウンに加えた、米国債市場における改良キャリーロールダウン戦略の可能性を摸索した。

1. はじめに

1.1 先行研究のレビュー

因子分析とは、統計的分析手法である多変量解析にある 1 つの手法であり、野口(2018)によると「多くの変量の持っている情報を少数個の潜在的な共通因子によって説明しようとする手法」である。因子分析は、社会科学の分野で活用されることが多く、例えば、「教育分野において、学校における様々な教科の成績を、論理力、記憶力、計算力等の潜在的な共通因子をウェイト付けして表現する」、また、「マーケティング分野において、購買行動の各指標から消費者の嗜好に関する因子を抽出する」等が挙げられる。多変量解析の中には、因子分析の他に、因子分析と類似の統計的分析手法として主成分分析がある。主成分分析では、共通因子を置かずに、観測データの分散への寄与の大きい順に主成分を決定する点が因子分析とは異なる。本章では、因子分析と主成分分析は同様の統計的手法と誤解を恐れずに位置付けて、債券市場分析へ応用した先行研究をレビューする。

著者らの知る範囲において、因子分析を債券市場分析に適用した最初の論文は、Litterman and Scheinkman [1991]である。彼等は、米国ゼロ・クーポン国債の利回り変化に因子分析を適用し

(注) 本ワーキングペーパーは、GPIF 職員の研究成果をとりまとめたものであり、文章中で示された内容や意見は GPIF の公式見解を示すものではありません。

て、利回り変化を3つのファクターによるものに分解し、横軸に残存期間、縦軸に利回り変化をとって各ファクターのイールドカーブに対するインパクト(各ファクターのファクター・ローディングから導出)を示した。国債の年限に対する各ファクターのインパクトの形状から、第1ファクターを「水準」ファクター、第2ファクターを「傾き」ファクター、第3ファクターを「曲率」ファクターと呼んだ。これら3つのファクターによって利回り変動の内およそ98%が説明されることを示した。そのうえで、種々の国債に対する各ファクターの感応度を利用してイールドカーブのリスクをヘッジする手法を提案した。

Litterman and Scheinkman [1991]が発表されて以降、因子分析の債券市場分析への適用は金融機関において盛んに研究されたものと考えられるが、日本の債券市場分析に適用した論文はそれほど多くはなく、林田(2005)、星加・宮崎(2007)、作道(2010)等が挙げられる程度である。

林田(2005)は、固定利付国債、変動利付国債、短期資産の将来のリターンパスを描き、これらの期待リターンとリスクを求めることを目的として、イールドカーブの変動モデルを構築する際にスポットレートの変化に主成分分析結果を利用した3ファクターモデルを利用している。星加・宮崎(2007)では、Reisman and Zohar (2004 a, 2004 b, 2004 c)において見過ごされていた利回り変化のスピードや取引機会と取引コストとのトレードオフも踏まえたうえで、2ファクターモデルを用いた国債利回りの変化の予測に基づく効果的な国債投資戦略を議論している。作道(2010)は、日本国債市場においてもCochrane and Piazzesi(2005)と同様なテント型の回帰係数を介したフォワードレートと超過リターンとの線形関係を確認した。そのうえで、日本国債市場のフォワードレートに因子分析を適用して水準、傾き、曲率の3因子を求め、曲率の因子が債券投資のリスク・プレミアムに最も影響することを発見した。

伝統的な債券投資戦略ではありつつも、日銀の量的緩和導入以降に注目を浴びている投資戦略として「キャリーロールダウン戦略」というものがある。日本国債市場を対象にしたキャリーロールダウン戦略に関する本質的な議論の先駆けは山田(2000)である。山田(2000)は、1988年2月～2000年9月の期間におけるキャリーロールダウン戦略にて、国債インデックスからの超過リターンを求め、「平均超過収益が0.88%と高く、トラッキング・エラー(=0.72%)調整後のシャープ・レシオ〔原文ママ〕も1.2とかなり高い」ことを指摘している。また、山田(2000)は、キャリーロールダウン戦略の最適ポートフォリオが極わずかな期間を除いてブレット型であり国債インデックス対比でコンベキシティーをギブアップしているが、同期間における利回り変化を勘案するとコンベキシティーのリスクは小さく、超過収益が得られたと要因分析している。近年では、菊川ら(2017)がキャリーロールダウン戦略を1つのファクターとして捉えて、そのプレミアムが大きいこと、クレジットや株式との相関が低いことを指摘し、このファクターへの投資が債券ファンドのパフォーマンスを改善させるとしている。更に、「中央銀行がイールドカーブの形状に干渉する政策を発表している。これによって、カーブの歪みが大きくなるならば、キャリー・ロールダウン・ファクターの効果はより高まるだろう。」との見解を示している。

これに対して米国債市場については、世界的な低利回り環境下(この背景に関しては木村(2021)を参照されたい)においても利回り水準が比較的高く、米連邦準備制度(Fed)の金融政

策を織り込んで大きく変動するためボラティリティーが相応にあり、キャリーロールダウン戦略が依拠する、将来の利回り曲線が不変であるという前提が満たされにくい。

1.2 本研究の目的と本論文の構成について

本研究では、まず米国債市場におけるキャリーロールダウン戦略に対して、米国債インデックスをベンチマークとして採用した際に、どの程度の超過収益率、トラッキング・エラー、インフォメーションレシオが得られるかについて実証分析を行う。ここでの分析はロングオンリーであり、米国債のショートも許したキャリートレードを、均等ウェイトのベンチマークと比較した Koijen ら(2015)の分析とは異なる。また、著者らの知る範囲では、因子分析のキャリーロールダウン戦略への応用を試みた論文は見当たらない。そこで、本研究の目的は、米国債市場におけるキャリーロールダウン戦略のパフォーマンスを向上させるために、Litterman and Scheinkman [1991]を 30 年ぶりに再訪して因子分析のキャリーロールダウン戦略への効果的な適用法を模索することである。

本論文の構成は、以下の通り。第 2 章では、債券投資におけるリターン、期待リターン、イールドカーブ不変シナリオの下でのリターンについて整理した後、米国債市場におけるキャリーロールダウン戦略のパフォーマンス分析を行う。第 3 章では、米国債利回りに因子分析を適用した事例を報告する。第 4 章では、第 3 章での結果を受けて米国債利回りに対する因子分析をキャリーロールダウン戦略へ効果的に応用する手法とその手法の適用事例について報告する。最終章では、まとめと今後の課題を付す。

2. 米国債市場におけるキャリーロールダウン戦略のパフォーマンス分析

2.1 国債に関するリターン、期待リターン、イールドカーブ不変シナリオ下のリターン

ここでは、例として 5 年債を 0.5 年間保有してクーポンを受け取って売却した場合のリターン、期待リターン、イールドカーブ不変シナリオのリターンを確認する。投資開始時点をもとに時点 0 として、時点 0 の 5 年債の利回りと価格をそれぞれ、 $Y_{0,5}, P_5(Y_{0,5})$ で表す。これらは、時点 0 において確定している値である。0.5 年後にはこの 5 年債は 4.5 年債になっており、この時点において 5 年債のクーポン (C_5) の半分の支払いを受ける。0.5 年後の 4.5 年債の利回りと価格をそれぞれ、 $\tilde{Y}_{0.5,4.5}, P_{4.5}(\tilde{Y}_{0.5,4.5})$ で表す。ここで、 $\sim$ を上部につけたのは、これらが時点 0 においては確定していない確率変数であることを示すためである。0.5 年後の 4.5 年債の利回りに関する時点 0 における期待値は、時点 0 における 0.5 年後スタートの 4.5 年債のフォワード利回り $F_{0,0.5,4.5}$ に等しい。ここで、 $P_{0,5}(x), P_{0,5,4.5}(x)$ は次の関数を表す。

$$P_{0,5}(x) = \frac{C_5/2}{\left(1 + \frac{x}{2}\right)^1} + \frac{C_5/2}{\left(1 + \frac{x}{2}\right)^2} + \dots + \frac{C_5/2}{\left(1 + \frac{x}{2}\right)^9} + \frac{C_5/2 + 100}{\left(1 + \frac{x}{2}\right)^{10}}$$

$$P_{0,5,4.5}(x) = C_5/2 + \frac{C_5/2}{\left(1 + \frac{x}{2}\right)^1} + \frac{C_5/2}{\left(1 + \frac{x}{2}\right)^2} + \dots + \frac{C_5/2}{\left(1 + \frac{x}{2}\right)^8} + \frac{C_5/2 + 100}{\left(1 + \frac{x}{2}\right)^9}$$

時点 0 から先行き半年間におけるリターン、期待リターン、キャリーロールダウンは、上記の関数を現在の 5 年債利回り $Y_{0,5}$ の近傍で 2 次の項までテーラー展開したうえで単純な式変形を施せば次のように求められる(リターンに関しては付録を参照されたい)。

リターン：

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{5 \rightarrow 4.5} = \frac{P_{0,5,4.5}(\tilde{Y}_{0,5,4.5}) - P_{0,5}(Y_{0,5})}{P_{0,5}(Y_{0,5})} \approx \frac{1}{P_{0,5}(Y_{0,5})} \left[\frac{C_5}{2} + P'_{0,5,4.5}(Y_{0,5})(Y_{0,4.5} - Y_{0,5}) + \frac{1}{2} P''_{0,5,4.5}(Y_{0,5})(Y_{0,4.5} - Y_{0,5})^2 + \right. \\ \left. P'_{0,5,4.5}(Y_{0,5})(\tilde{Y}_{0,5,4.5} - Y_{0,4.5}) + \frac{1}{2} P''_{0,5,4.5}(Y_{0,5})(\tilde{Y}_{0,5,4.5} - Y_{0,4.5})^2 \right] \end{aligned} \quad (1)$$

大括弧内について、第 1 項はキャリー収益、第 2 項(静的デュレーション)と第 3 項(静的コンベキシティー)を併せてロールダウン収益、第 4 項(動的デュレーション)と第 5 項(動的コンベキシティー)を併せてロールダウン以外のキャピタル損益、をそれぞれ表す。

期待リターン：

$$\begin{aligned} E_0(\tilde{R}_{5 \rightarrow 4.5}) = E_0 \left(\frac{P_{0,5,4.5}(\tilde{Y}_{0,5,4.5}) - P_{0,5}(Y_{0,5})}{P_{0,5}(Y_{0,5})} \right) \approx \frac{1}{P_{0,5}(Y_{0,5})} \left[\frac{C_5}{2} + P'_{0,5,4.5}(Y_{0,5})(Y_{0,4.5} - Y_{0,5}) + \frac{1}{2} P''_{0,5,4.5}(Y_{0,5})(Y_{0,4.5} - Y_{0,5})^2 + \right. \\ \left. P'_{0,5,4.5}(Y_{0,5})(F_{0,0.5,4.5} - Y_{0,4.5}) + \frac{1}{2} P''_{0,5,4.5}(Y_{0,5})(\sigma_{4.5})^2 \right] \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\sigma_{4.5}$ は、4.5 年債の半年間の利回り変化のボラティリティーを表す。

キャリーロールダウン(イールドカーブ不変シナリオにおけるリターン。以下 CA&RD とする。):

$$CA\&RD_{5 \rightarrow 4.5} \approx \frac{1}{P_{0,5}(Y_{0,5})} \left[\frac{C_5}{2} + P'_{0,5,4.5}(Y_{0,5})(Y_{0,4.5} - Y_{0,5}) + \frac{1}{2} P''_{0,5,4.5}(Y_{0,5})(Y_{0,4.5} - Y_{0,5})^2 \right] \quad (3)$$

これは、イールドカーブ不変シナリオを採用すると、 $\tilde{Y}_{0,5,4.5} = Y_{0,4.5}$ となるので、リターン式のカッコ内におけるロールダウン以外のキャピタル損益を 0 としたものである。

2.2 キャリーロールダウン戦略

投資対象となる米国債市場を残存期間に応じて、1 年(残存期間 1 年以下)、2 年(残存期間 1 年超 2 年以下)、3 年(残存期間 2 年超 3 年以下)、4 年(残存期間 3 年超 4 年以下)、5 年(残存期間 4 年超 5 年以下)、6 年(残存期間 5 年超 6 年以下)、7 年(残存期間 6 年超 7 年以下)、8 年(残存期間 7 年超 8 年以下)、9 年(残存期間 8 年超 9 年以下)、10 年(残存期間 9 年超 10 年以下)、15 年(残存期間 10 年超 15

年以下)、20年(残存期間15年超25年以下)、30年(残存期間25年超30年以下)から成る13のセクターに分け、順にセクター1からセクター13と名付ける。各セクターの市場ウェイトを順に $w_1^M, \dots, w_{13}^M$ 、各セクターのデュレーションを順に $D_1^M, \dots, D_{13}^M$ 、市場残存高全体を1、市場全体のデュレーションを D とする(本研究では、市場全体を表すベンチマークとして、FTSE 米国国債インデックスを利用する)。各セクターのキャリーロールダウンを順に $CA\&RD_{1 \rightarrow 0.5}, \dots, CA\&RD_{13 \rightarrow (13-0.5)}$ (下の添え字にある1~10は年限を11は15年、12は20年、13は30年を表し、カッコ内の-0.5は当該セクターにおいて半年の時間の経過を表す)とする。ここでは、キャリーロールダウン戦略から得られる超過収益が市場の方向性に依存しないようにするため、キャリーロールダウンの最大化(ポートフォリオのキャリーロールダウンが最大となるように、各セクターのウェイト $w_1, \dots, w_{13}$ を決定する)を試みる際には、ポートフォリオのデュレーションをベンチマークのデュレーションに一致させる制約をおく。キャリーロールダウン戦略を表現する最適化モデルと超過収益(α)は、以下の通り。

〔最適化モデル〕

目的関数の最大化：
$$\text{Max}_{w_1, \dots, w_{13}} CA\&RD_{1 \rightarrow 0.5} \cdot w_1 + \dots + CA\&RD_{13 \rightarrow (13-0.5)} \cdot w_{13}$$

制約条件： $D_1^M \cdot w_1 + \dots + D_{13}^M \cdot w_{13} = D$

$w_1 + \dots + w_{13} = 1$

$w_1 \geq 0, \dots, w_{13} \geq 0$

最適化モデルを実行して得られる最適ウェイトを $w_1^*, \dots, w_{13}^*$ とする。

〔キャリーロールダウン戦略の超過損益(α)〕

$$\alpha = \tilde{R}_{1 \rightarrow 0.5}(w_1^* - w_1^M) + \dots + \tilde{R}_{13 \rightarrow (13-0.5)}(w_{13}^* - w_{13}^M) \quad (4)$$

ここで、キャリーロールダウン戦略の超過損益(α)について確認しておく。 α は、確率変数であり、プラス・マイナスどちらの値も取り、プラスの時は超過収益にマイナスの時は超過損失となる。半年後にイールドカーブ不変シナリオが実現した場合、各国債のリターン $\tilde{R}_{i \rightarrow (i-0.5)}$ は、5年債の場合に式(3)で与えた $CA\&RD_{5 \rightarrow 4.5}$ の年限を各年限に変更した $CA\&RD_{i \rightarrow (i-0.5)}$ となるため、 α は次の $\alpha_{CA\&RD}$ となる。

$$\alpha_{CA\&RD} = CA\&RD_{1 \rightarrow 0.5}(w_1^* - w_1^M) + \dots + CA\&RD_{13 \rightarrow (13-0.5)}(w_{13}^* - w_{13}^M) \quad (5)$$

式(5)の $w_1^*, \dots, w_{13}^*$ はイールドカーブ不変シナリオの下で目的関数を最大にする最適ウェイトなので、市場ウェイト $w_1^M, \dots, w_{13}^M$ を用いた目的関数の値を常に上回るため $\alpha_{CA\&RD}$ は必ず正の値をとり超過収益となる。よって、キャリーロールダウン戦略が超過損益(α)を生み出すかどうかは、イールドカーブ不変シナリオの実現可能性に依存する。

日本国債市場に関しては、日本銀行の長短金利操作付き量的・質的金融緩和が浸透しておりイールドカーブのボラティリティーは小さく、イールドカーブ不変シナリオの実現可能性が高い環境下にあ

る。従って、菊川ら(2017)が指摘するように、キャリーロールダウン戦略への投資によって債券ファンドのパフォーマンスの改善が期待できる。一方、米国債市場に関しては、本論文の執筆時点において先行き Fed の利上げが見込まれる環境下にある。また、米国債市場においても、日本国債市場を分析対象とした山田(2000)が指摘するように、キャリーロールダウン戦略の最適ポートフォリオがブレット型になることが多いと想定される。しかし、先行き Fed の利上げが見込まれる環境下では、中期セクターのイールドカーブに上向きの湾曲が生じブレット型のパフォーマンスが相対的に劣後することが見込まれる。また、米国債市場は日本国債市場と比較すると市場の歪みが小さく、キャリーロールダウンから見込まれる収益がイールドカーブのダイナミックスによって簡単に消失させられることも考えられる。そこで、米国債市場におけるキャリーロールダウン戦略のパフォーマンスを確認しておく。

2.3 米国債市場におけるキャリーロールダウン戦略のパフォーマンス分析

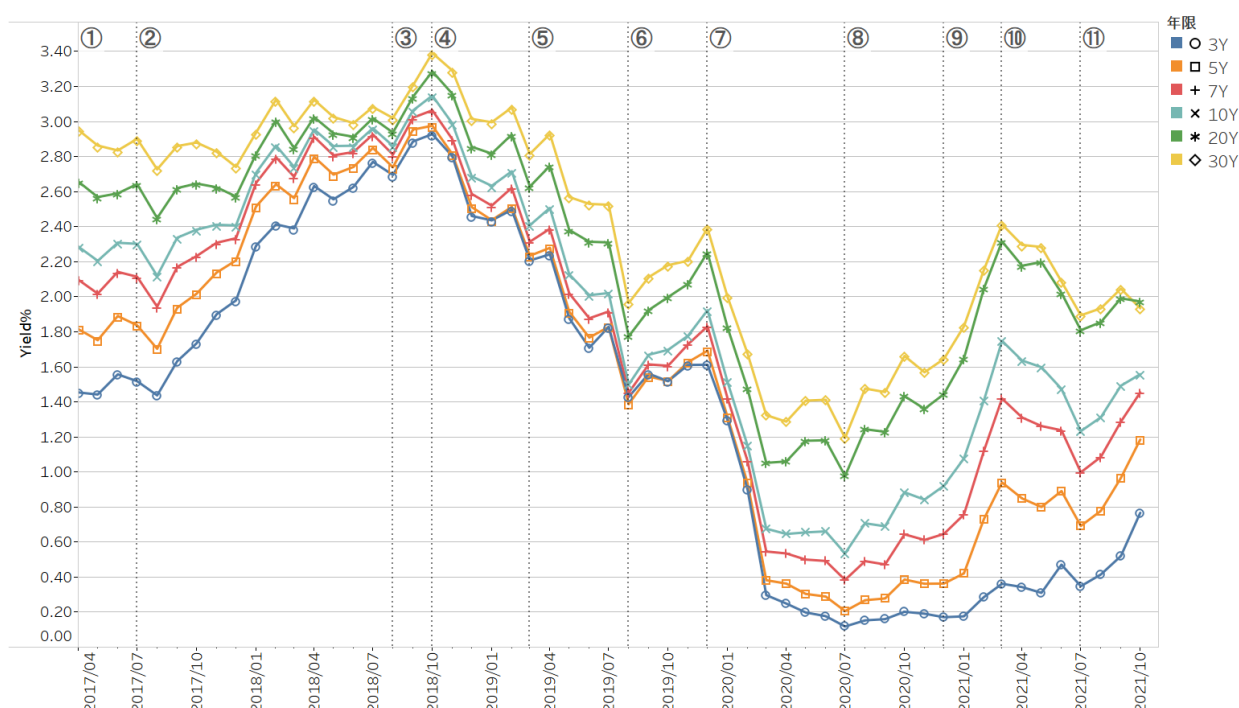
ここでは、2017 年 4 月末から 2021 年 10 月末までの約 4 年半の米国債利回り(コンスタント・マチュリティー・パー利回り)を対象として、キャリーロールダウン戦略のパフォーマンス分析を試みる。第 3 章、第 4 章においてモデル(ファクターとファクター・ローディング)の推定期間が必要となるため、2017 年 4 月末から 2019 年 3 月末までを推定期間として確保する。そして、2019 年 3 月末から 2021 年 10 月末のアウトサンプルの期間におけるパフォーマンス分析を行う。まず、2019 年 3 月末時点において、節 2.2 で述べたように米国債市場を 13 のセクターに分けてキャリーロールダウンを最大にする最適ウェイトを求めて、このウェイトで 1 か月間運用したリターンを 2019 年 4 月の CA&RD リターンとする。以下、同様に 2021 年 10 月の CA&RD リターンまで求め、ベンチマークリターンと比較する。

分析を開始するに際して、分析対象期間における米国債利回りの推移について把握する。3 年債、5 年債、7 年債、10 年債、20 年債、30 年債の利回り推移を図 1 に示した。キャリーロールダウン戦略では、概ね、ブレット型またはバーベル型のポートフォリオが採用されるため、5 年債・7 年債利回りが 3 年債利回りと 30 年債利回りの間のどこに位置しているかによって、パフォーマンスを推し量ることができる。まず、第 3 章、第 4 章におけるモデルの推定期間となる、2017 年 4 月末から 2019 年 3 月末までのイールドカーブの推移を確認する。この期間については、僅か 2 年間であるが、①2017 年 4 月末から 2017 年 7 月末までのフラットニング・ラリー、②2017 年 7 月末から 2018 年 8 月末までのフラットニング・セルオフ、③2018 年 8 月末から 2018 年 10 月末までのスティーピング・セルオフ、④2018 年 10 月末から 2019 年 3 月末までのスティーピング・ラリー、のように様々な利回り変動局面が入っていることがわかる。

次に、本節で行うパフォーマンス分析の対象期間となる 2019 年 3 月末から 2021 年 10 月末までの期間を確認する。この期間は、⑤2019 年 3 月末から 2019 年 8 月末までのパラレル・ラリー、⑥2019 年 8 月末から 2019 年 12 月末までの緩やかなスティーピング・セルオフ、⑦2019 年 12 月末から 2020 年 7 月末までのスティーピング・ラリー、⑧2020 年 7 月末から 2020 年 12 月末までの緩やかなスティーピング・セルオフ、⑨2020 年 12 月末から 2021 年 3 月末までの激しいスティ

ープニング・セルオフ、⑩2021 年 3 月末から 2021 年 7 月末までのフラットニング・ラリー、⑪2021 年 7 月末から 2021 年 10 月末までのフラットニング・セルオフ、に分けられる。

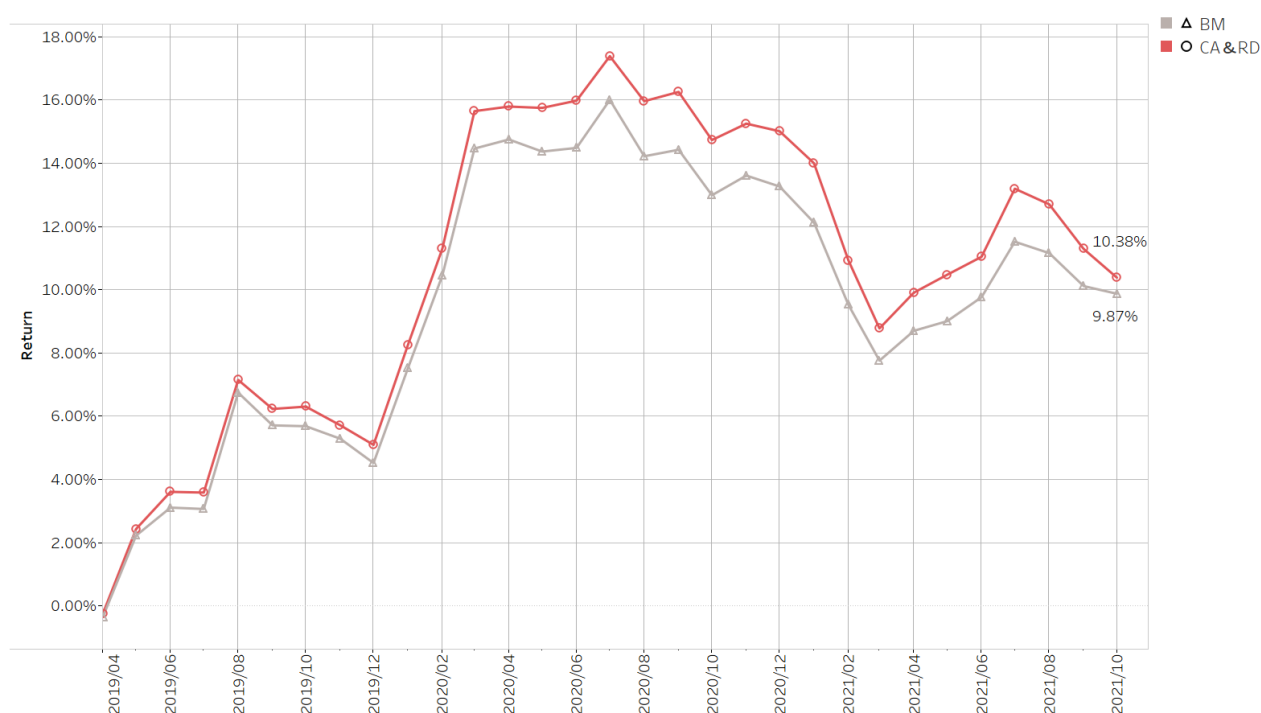
図 1 米国債利回り（コンスタント・マチュリティー・パー利回り、単位：％）の推移



（出所：Factset のデータから著者らが作成）

2019 年 3 月末から 2021 年 10 月末までの期間における累積 CA&RD リターンと累積ベンチマークリターンの推移を図 2 に示した。期間⑤(パラレル・ラリー)や期間⑥(緩やかなスティーピング・セルオフ)においては、累積 CA&RD リターンと累積ベンチマークリターンは共に増加の後減少するが両者の乖離は殆ど生じない。期間⑦(スティーピング・ラリー)において、両リターンは共に増加するが、累積 CA&RD リターンが累積ベンチマークリターンを大きく上回る。これに続く期間⑧(緩やかなスティーピング・セルオフ)では、両リターンは共に緩やかに減少するが、累積 CA&RD リターンが累積ベンチマークリターンを更に引き離す。ところが、期間⑨(激しいスティーピング・セルオフ)に入ると、両リターンは共に大きく減少するなかで累積 CA&RD リターンは累積ベンチマークリターンに劣後する。期間⑩(フラットニング・ラリー)では、両リターンが共に増加するなかで、累積 CA&RD リターンが累積ベンチマークリターンを上回る。最終の期間⑪(フラットニング・セルオフ)では、両リターンは共に減少するなかで累積 CA&RD リターンは累積ベンチマークリターンに大きく劣後し、分析期間を通してみると超過リターン(α)は年率 0.19%と僅かであり取引コストを勘案すると殆ど無いと判断される。

図2 累積CA&RDリターンと累積ベンチマークリターンの比較（期間率）



（出所：Factset のデータから著者らが作成）

パフォーマンス分析期間においてキャリーロールダウン戦略を採用した最適ポートフォリオを確認すると、ごく一部の期間を除いて6年債又は7年債を80%~90%程度をポートフォリオの柱として保有し、20年債又は30年債を10%~20%程度組入れることでデュレーション調整を行うものであった。これは、日本国債市場を対象としたキャリーロールダウン戦略の最適ポートフォリオが「極わずかな期間を除いてブレット型」とする山田(2000)と整合的といえる。しかし、山田(2000)と大きく異なるのは、このような最適ポートフォリオを採用したキャリーロールダウン戦略は、市場の歪みが殆ど無いようにプライシングされた米国債市場においては殆ど効果が無い点である。米国債市場を対象としたキャリーロールダウン戦略を有効に働かせるためには、最適ポートフォリオが「ブレット型」と「バーベル型」の間で適切にスイッチするようなメカニズムが必要と考えられる。

3. 因子分析の米国債利回りへの適用

3.1 3ファクターモデル

Litterman and Scheinkman [1991]は、米国ゼロ・クーポン国債の利回り変化に因子分析を適用して、利回り変化を3つのファクターによるものに分解した。本研究では、セクター(年限)間の割高・割安分析を行うため、節2.2で示した米国債市場における13通りのセクターに該当するコンスタント・マチュリティー・パー利回り(利回り変化ではなく)に因子分析を適用して13セクターの利回りダイナミックスを主要な3つのファクターのダイナミックスに集約して表現し、表現できなかった部分を誤差項とするモデルを導入する。コンスタント・マチュリティー・パー利回りを主要な3つのファク

ターに集約して表現した部分を適正な利回り水準として捉え、誤差項はプラスであればそのセクターが割安、マイナスであればそのセクターは割高と判断する。

$$Y_i(t) = a_{i,1}f_1(t) + a_{i,2}f_2(t) + a_{i,3}f_3(t) + \varepsilon_i(t) \quad (i = 1, \dots, 13) \quad (6)$$

ここで、 $Y_i(t)$ 、 $\varepsilon_i(t)$ 、 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 、 $f_3(t)$ は、それぞれ、時刻 t (2017年4月末から2019年3月末までの各月末時点)における、第 i セクターのコンスタント・マチュリティー・パー利回り、第 i セクターの誤差項、第1ファクター、第2ファクター、第3ファクターの値であり、 $a_{i,1}$ 、 $a_{i,2}$ 、 $a_{i,3}$ は、それぞれ、第 i セクターの第1ファクター・ローディング、第2ファクター・ローディング、第3ファクター・ローディングの値である。

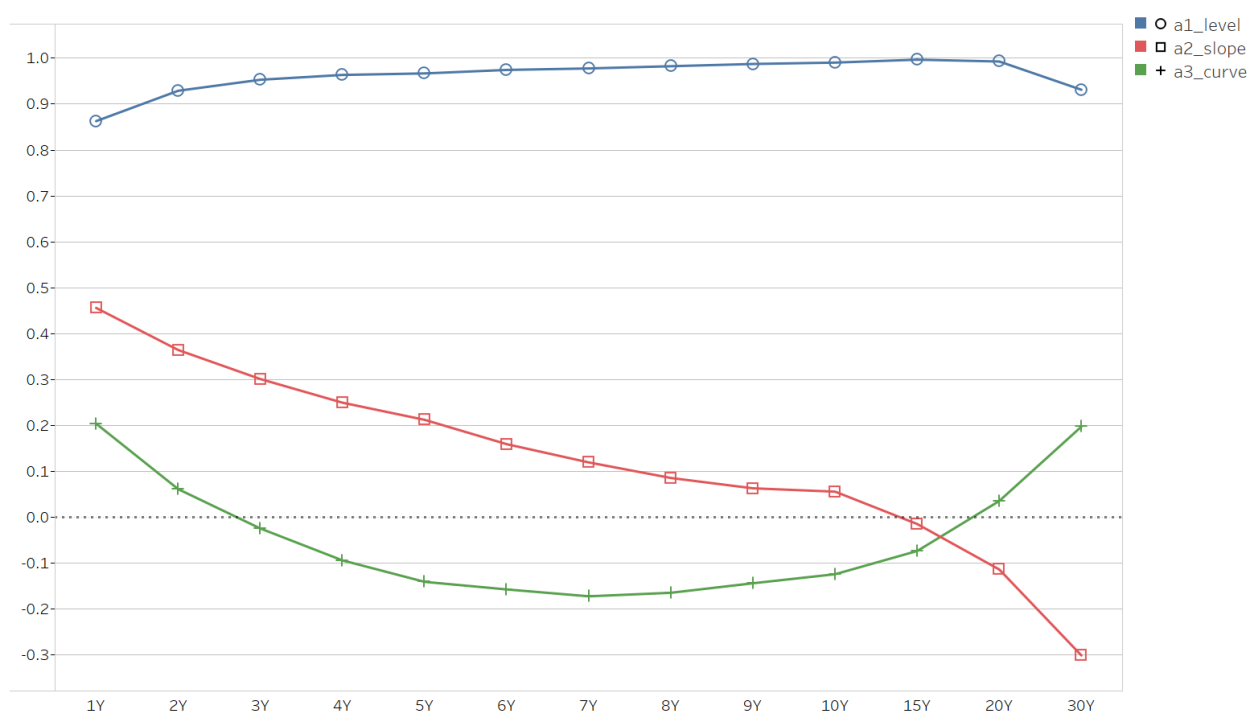
(Remark)

実際に式(6)の因子分析を行う際には、標準化した利回りに対して因子分析を適用し、式(6)にある主要な3つのファクターに集約して表現した部分に対して、標準化の逆変換を行うことで適正な利回り水準を求めている。因子分析の考え方は野口(2018)に詳しく述べられており、モデルの実装にはPythonを用いた。

3.2 3ファクターモデルを用いた米国債利回り分析

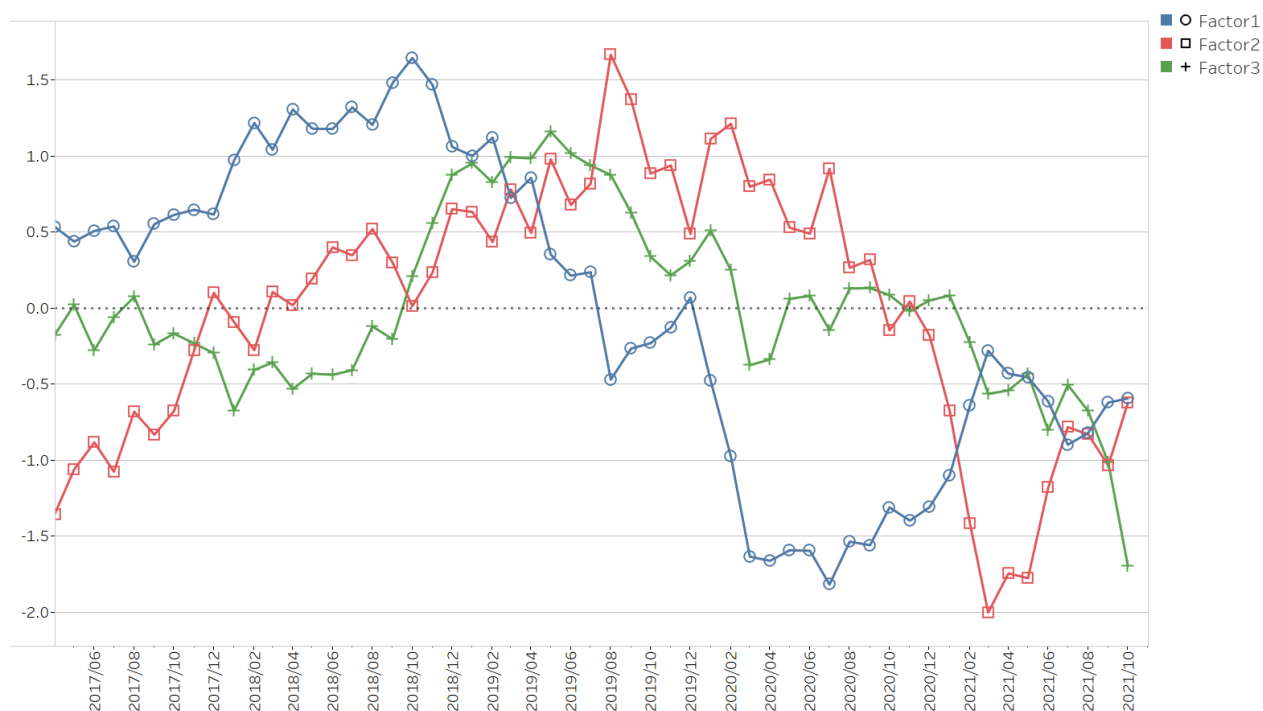
2017年4月末から2019年3月末までの期間について米国債市場の13通りのセクターに該当するコンスタント・マチュリティー・パー利回りに因子分析を適用して得られたファクター・ローディングを図3に、ファクターを図4に示した。図3から、米国債の年限に対するファクター・ローディングの形状を読み取る。第1ファクターのファクター・ローディングはどの年限に対しても同じ大きさであるため、第1ファクターが動く際にはパラレルシフトを引き起こす「水準」ファクター、第2ファクターのファクター・ローディングは年限が長くなるにしたがって小さくなっており更には15年超で符号が正から負に転じるので第2ファクターが動く際にはフラットニング・セルオフ、スティーピング・ラリー(15年超では逆の動き)を生み出す「傾き」ファクター、第3ファクターのファクター・ローディングは6年から8年セクターを中心に下に凸型であり第3ファクターの下落(上昇)局面ではこれらのセクターのパフォーマンスを劣後(超過)させるような「曲率」ファクター、と解釈することができる。これらの結果は、利回り変化を対象としたLitterman and Scheinkman [1991]の分析結果と概ね整合的である。また、Nelson and Siegel [1987]の金利期間構造モデルにおいても、これら3つのファクターを想定した関数形が利用されている。

図3 ファクター・ローディング



(出所：Factset のデータから著者らが作成)

図4 ファクター

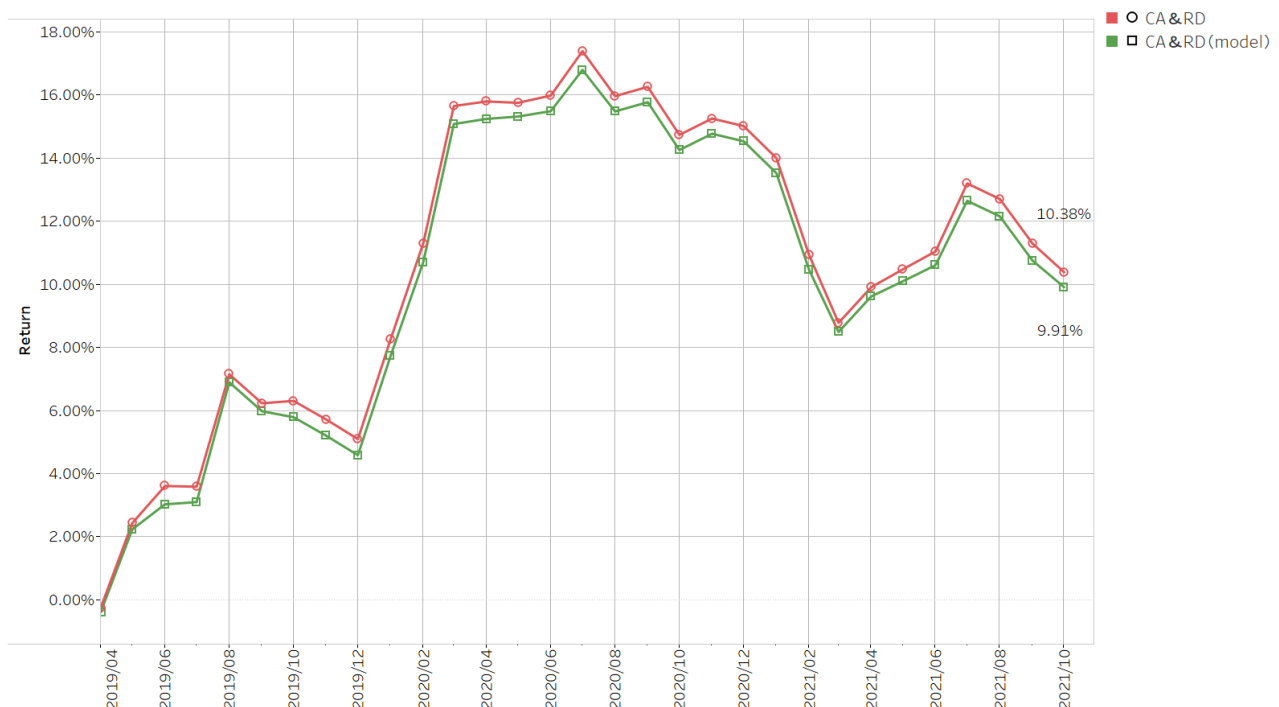


(出所：Factset のデータから著者らが作成)

次に、図4から各ファクターの動きを確認しておく。第1ファクターの動きは、先に見た図1の米国債各年限の利回り推移を大まかに捉えていることがわかる。第2ファクターは、例えば2017年4月末から2018年8月末まで上昇する過程で図1において確認したようにイールドカーブをフラット

化させている。第3ファクターは、例えば2021年3月以降に下落し、6年から8年セクター中心に利回りを上昇させている。この過程において2.3節で見たように6年から8年セクターのパフォーマンスが劣後し、これまでに蓄積してきたキャリアロールダウン戦略の超過リターンは大きく棄損することになる。このように、3ファクターモデルは米国債各年限の利回り推移を詳細かつ的確に表現できるため、キャリアロールダウン戦略の超過リターンをも表現可能な粒度があると思われる。事実、3ファクターモデルに基づく米国債各年限の利回り(式(6)右辺の誤差項を除いた部分)に対してキャリアロールダウン戦略を実行した場合の累積リターンと2.3節で示した現実の米国債各年限の利回りに対してキャリアロールダウン戦略を実行した場合の累積リターンを共に図5に示すと、後者が前者を50BP弱上回るものの両者の動きは殆ど同じであることがわかる。これは、どちらの利回りを対象にしてもキャリアロールダウン戦略で採用される最適ポートフォリオが殆ど同じであることを意味する。この理由に関して、慎重に確認しておく。

図5 累積CA&RDリターンと累積CA&RD(model)リターンの比較(期間率)

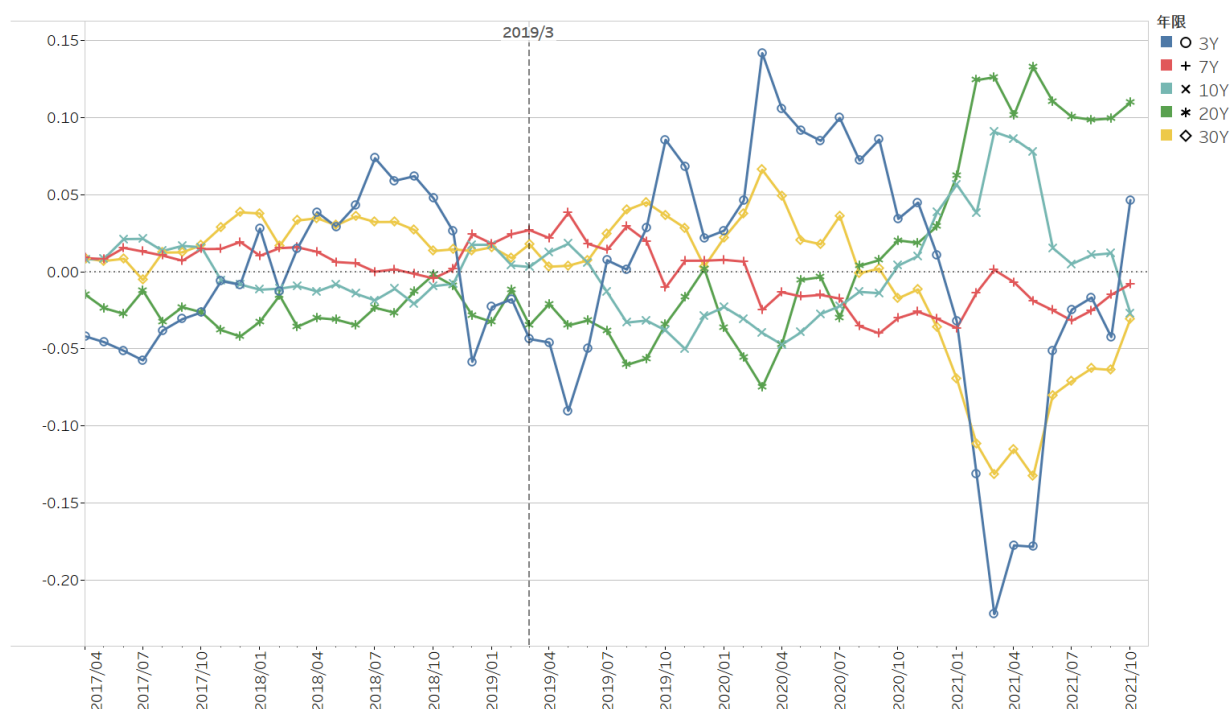


(出所: Factset のデータから著者らが作成)

最適ポートフォリオが同じになるということは、現実の米国債各年限の利回りには割高・割安となる局面が発生せず、常に、3ファクターモデルに基づく米国債各年限の適正な利回りと殆ど同じであったのであろうか。図6には、図1で示した期間と米国債各年限について、割高・割安を表す誤差項(式(6)右辺における $\varepsilon_i(t)$)を示した。モデルの推定期間となる2017年4月末から2019年3月末までのインサンプル期間においては、純粹に因子分析を適用して得られた誤差項を示し、それ以降のアウトサンプル期間においてはパフォーマンス分析期間となるため、ファクター・ローディングはインサンプル期間において推定したものを継続して利用する一方、ファクターの水準は月末のイールドカーブ・データが得られる毎にクロスセクショナルな(アクロス・ザ・イールドカーブの利回りデータで)

最小二乗法を用いて更新した誤差項を示した。ファクター・ローディングの期間はインサンプル期間で固定しているため、アウトサンプル期間における誤差項がインサンプル期間における誤差項よりも大きくなっている。図 6 から、キャリーロールダウン戦略を実行するアウトサンプル期間においてセクター間で割高・割安が相応に表れ、また誤差項の符号がプラス・マイナスの両方をとることから、各セクターは割高になったり割安になったりしていた期間があることがわかる。

図 6 現実の米国債各年限利回りモデルの利回りの誤差項（単位：％）の推移



（出所：Factset のデータから著者らが作成）

しかしながら、近接するセクター間では誤差項の符号が同じになるケースが多く、例えば現実に生じている割安(割高)なセクターの利回りから割安(割高)なセクターの利回りへのロールダウンであれば、3ファクターモデルに基づく適正な利回りから適正な利回りへのロールダウンとあまり相違がなく、また、誤差項がキャリーに与える影響は文字通り誤差の範囲といえる。つまり、単純にイールドカーブ不変シナリオの下でのキャリーロールダウンのリターンを、3ファクターモデルに基づく適正な利回りを使用したキャリーロールダウン戦略の最適ポートフォリオを決定する際にそのまま用いると、現実に生じている各セクターの割高・割安が期待リターンに反映されない形で、最適ポートフォリオが決定されて、殆どの期間において6～7年債を中心としたブレット型となってしまう。そこで、各セクターの割高・割安を反映させた期待リターンを採用することによって、幾つかの時点において最適ポートフォリオが適切にバーベル型にスイッチするような改良キャリーロールダウン戦略の可能性を模索する。



4. 因子分析のキャリーロールダウン戦略への効果的な応用

4.1 3ファクターモデルのキャリーロールダウン戦略への効果的な応用手法

まず、3.2節で行った2つのキャリーロールダウン戦略について、シナリオリターンの導出法について5年債を例にとり再確認しておく。

(i.) 現実の米国債各年限の利回りを用いたシナリオリターンこれは、式(3)であり、再掲する。

$$CA\&RD_{5 \rightarrow 4.5} \approx \frac{1}{P_{0,5}(Y_{0,5})} \left[\frac{C_5}{2} + P'_{0.5,4.5}(Y_{0,5})(Y_{0,4.5} - Y_{0,5}) + \frac{1}{2} P''_{0.5,4.5}(Y_{0,5})(Y_{0,4.5} - Y_{0,5})^2 \right] \quad (3)$$

(ii.) 3ファクターモデルに基づく米国債各年限の利回り(式(6)右辺の誤差項を除いた部分)を用いたシナリオリターン

$$CA\&RD_{5 \rightarrow 4.5} \approx \frac{1}{P_{0,5}(Y_{0,5})} \left[\frac{C_5}{2} + P'_{0.5,4.5}(Y_{0,5}) \left(\sum_{j=1}^3 a_{4.5,j} f_j(0) - \sum_{j=1}^3 a_{5,j} f_j(0) \right) + \frac{1}{2} P''_{0.5,4.5}(Y_{0,5}) \left(\sum_{j=1}^3 a_{4.5,j} f_j(0) - \sum_{j=1}^3 a_{5,j} f_j(0) \right)^2 \right] \quad (7)$$

次に、3ファクターモデルのキャリーロールダウン戦略への効果的な応用手法として、割高・割安を表す誤差項 $\varepsilon_5(0)$ の一定割合 γ ($0 < \gamma \leq 1$)、つまり、 $\gamma \cdot \varepsilon_5(0)$ が半年間で修正される形でロールダウン部分のリターンに寄与するようなシナリオリターンを提案する。

(iii.) 提案手法に基づくシナリオリターン

$$CA\&RD_{5 \rightarrow 4.5} \approx \frac{1}{P_{0,5}(Y_{0,5})} \left[\frac{C_5}{2} + P'_{0.5,4.5}(Y_{0,5}) \left(\sum_{j=1}^3 a_{4.5,j} f_j(0) - \left(\sum_{j=1}^3 a_{5,j} f_j(0) + \gamma \cdot \varepsilon_i(0) \right) \right) + \frac{1}{2} P''_{0.5,4.5}(Y_{0,5}) \left(\sum_{j=1}^3 a_{4.5,j} f_j(0) - \left(\sum_{j=1}^3 a_{5,j} f_j(0) + \gamma \cdot \varepsilon_i(0) \right) \right)^2 \right] \quad (8)$$

(Remark)

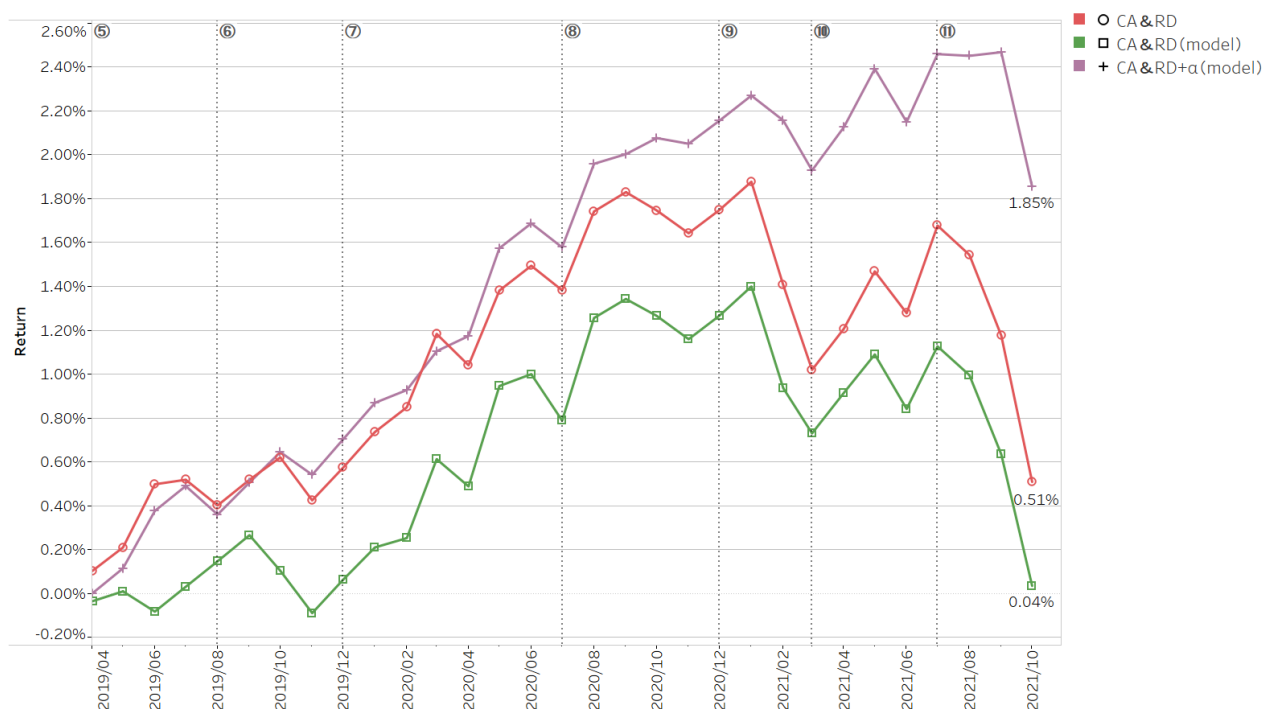
実際に式(8)を展開するにおいて、大括弧内の第3項(静的コンベキシティー)においては、リターンへの影響が限りなく小さいことが想定されるため、ここでは誤差項を加えず簡便に計算している。

4.2 提案手法に基づくキャリーロールダウン戦略のパフォーマンス分析

2019年3月末から2021年10月末までの期間において、4.1節で示した(i.)から(iii.)の3通りのシナリオリターンに基づく最適ポートフォリオを月次で更新のうえ、運用して得られる米国債インデックスからの累積超過リターンの推移を図7に示した。図7において、(i.)、(ii.)、(iii.)のシナリオリターンに基づくキャリーロールダウン戦略の累積超過リターンは、それぞれ、①CA&RD、②

CA&RD(model)、③CA&RD+ α (model)、に対応する。図 7 における①CA&RD と②CA&RD(model)との乖離は、図 5 における①CA&RD と②CA&RD(model)との乖離に同じである。3.2 節において図 5 について説明するなかで、「①CA&RD が②CA&RD(model)を 50BP 弱上回るものの両者のダイナミクスは殆ど同じである」と述べたが、より詳細がわかる図 7 によれば、期間⑥(緩やかなスティーピング・セルオフ)において①CA&RD が②CA&RD(model)を 50BP 近くアウトパフォーマンスし、その後の期間⑦から最終の期間⑪まで若干のアウトパフォーマンスやアンダーパフォーマンスを繰り返して結局①CA&RD の累積超過リターンは②CA&RD(model)の累積超過リターンを 50BP 弱上回るに留まる。

図 7 米国債インデックスからの累積超過リターンの推移



(出所：Factset のデータから著者らが作成)

次に、本研究の提案モデルである③CA&RD+ α (model)と①CA&RD を比較する。期間⑤(パラレル・ラリー)、期間⑥(緩やかなスティーピング・セルオフ)、期間⑦(スティーピング・ラリー)においては、両者のパフォーマンスはそれほど大きく変わらないが、期間⑧(緩やかなスティーピング・セルオフ)から期間⑨(激しいスティーピング・セルオフ)において③CA&RD+ α (model)が①CA&RD を 100BP 近くアウトパフォーマンスし、更に期間⑪(フラットニング・セルオフ)においても 35BP 程度アウトパフォーマンスして、結局③CA&RD+ α (model)は①CA&RD を 135BP 近くもアウトパフォーマンスすることになる。

米国債インデックス(BM)のポートフォリオ・リターンと比較する形で、①CA&RD、②CA&RD(model)、③CA&RD+ α (model)に関して、パフォーマンス分析期間における年率表示したポートフォリオ・リターン、超過リターン、トラッキング・エラー(TE)、インフォーメーション・レシオ(IR)を表 1 に示した。興味深いのは、本研究の提案モデルである③CA&RD+ α (model)は、超過リターンが 0.67%と①CA&RD の 3 倍以上になり超過リターンが優れているのみならず、TE が最も小さい点である。このた

め、IR は 1.10 と相当に良好なパフォーマンスを示している。この背景として、割高・割安を表す誤差項の一定割合 $\gamma \cdot \varepsilon_i(0)$ が半年間で修正される形でロールダウン部分のリターンに組み込むことで 6～7 年債のキャリーロールダウンのシナリオリターンが低下し、この効果が無ければ 6～7 年債のブレット型のポートフォリオが最適ポートフォリオとして選ばれる時点においても、バーベル型のポートフォリオが選択されて期間⑧(緩やかなスティーピング・セロフ)や期間⑩(フラットニング・セロフ)においても超過リターンを高めることができたと考えられる。

表 1 各ポートフォリオのリターン（年率換算値）

Port name	Port Return	Excess Return	TE	IR	win-rate (vsBM)
BM	3.71%	-	-	-	-
①CA&RD	3.90%	0.19%	0.78%	0.24	61.29%
②CA&RD(model)	3.73%	0.01%	0.75%	0.02	54.84%
③CA&RD+α (model)	4.39%	0.67%	0.61%	1.10	70.97%

（出所：Factset のデータから著者らが作成）

4.3 提案手法が超過リターンを生み出す主たる要因

本節では、提案手法が相応の超過リターンを生み出す要因について検討する。提案手法では、割高・割安を表す誤差項の一定割合 $\gamma \cdot \varepsilon_i(0)$ が半年間で修正されるモデル化を行っているため、誤差項 $\varepsilon_i(t)$ にその要因があると思われる。そこで、改めて式(6)を見直すことにする。

$$Y_i(t) = a_{i,1}f_1(t) + a_{i,2}f_2(t) + a_{i,3}f_3(t) + \varepsilon_i(t) \quad (i = 1, \dots, 13) \quad (6)$$

因子分析において理論上は式(6)右辺の第 1 項から第 3 項までの適切な利回り部分と誤差項とは独立と仮定されているため、式(6)の両辺の分散をとると式(9)が得られる。

$$Var(Y_i(t)) = Var(a_{i,1}f_1(t) + a_{i,2}f_2(t) + a_{i,3}f_3(t)) + Var(\varepsilon_i(t)) \quad (i = 1, \dots, 13) \quad (9)$$

ここで、 $Var(\cdot)$ はカッコ内の確率変数の分散を表す。

実際の利回り、第 1 項から第 3 項までの適切な利回り、誤差項の時系列データの分散を求めて、式(9)の等号が実証分析において成立するかを確認する。

理論上は式(9)の成立を仮定しているが、実際には適切な利回りと誤差項には相関関係があると思われる。

$$Var(Y_i(t)) = Var(a_{i,1}f_1(t) + a_{i,2}f_2(t) + a_{i,3}f_3(t)) + Var(\varepsilon_i(t)) + 2Cov((a_{i,1}f_1(t) + a_{i,2}f_2(t) + a_{i,3}f_3(t)), (\varepsilon_i(t))) \quad (i = 1, \dots, 13) \quad (10)$$

式(10)において、 $\text{Cov}\left(\left(a_{i,1}f_1(t) + a_{i,2}f_2(t) + a_{i,3}f_3(t)\right), (\varepsilon_i(t))\right) > 0$ ($i = 1, \dots, 13$)であれば、適切な利回りと誤差項間に正の相関があり、一方で、 $\text{Cov}\left(\left(a_{i,1}f_1(t) + a_{i,2}f_2(t) + a_{i,3}f_3(t)\right), (\varepsilon_i(t))\right) < 0$ であれば負の相関がある。

従って、式(9)において等号が成立せずに「>」「<」が成立するなら、適切な利回りと誤差項には正（負）の相関があると判断できる。「>」が成立する場合は、「適切な利回りが大きくなる際に誤差項も大きくなる/適切な利回りが小さくなる際に誤差項も小さくなる」ので、市場が売られる際にアンダーパフォーム、市場が買われる際にアウトパフォームするといった示唆が得られる。逆に、「<」が成立する場合は、「適切な利回りが大きくなる際に誤差項は小さくなる/適切な利回りが小さくなる際に誤差項は大きくなる」ので、市場が売られる際にアウトパフォーム、市場が買われる際にアンダーパフォームするといった示唆が得られる。

ここでは、式(9)右辺にある分散の和を式(9)左辺の分散で割った指標を表2に示した。表2の値が、100%より大きければ「負の相関」、100%より小さければ「正の相関」を意味する。表2から1～3年と15～20年のセクターでは指標は100%より大きく「負の相関」、4～10年セクターの指標は100%以下であり「正の相関」を意味する。つまり、提案手法のように誤差項を考慮することで、期間⑧(緩やかなスティーピング・セロフ)や期間⑪(フラットニング・セロフ)において1～3年と15～20年のセクターから成るバーベル型のポートフォリオが選択されたことが、超過リターンを高めることにつながったのである。

表2 現実の利回り、モデルの利回りおよび誤差項の分散

	金利水準の分散	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	8Y	9Y	10Y	15Y	20Y	30Y
A	実際の金利の分散	0.9400	0.9382	0.8988	0.8507	0.7915	0.7419	0.6878	0.6722	0.6427	0.6080	0.5321	0.4125	0.3876
B	3ファクターの金利の分散	0.9597	0.9500	0.8951	0.8318	0.7629	0.7174	0.6654	0.6566	0.6356	0.6064	0.5424	0.4275	0.3795
	誤差項の分散	0.0002	0.0044	0.0052	0.0028	0.0010	0.0008	0.0004	0.0004	0.0005	0.0009	0.0013	0.0030	0.0022
C	3ファクター+誤差項の分散	0.9599	0.9544	0.9003	0.8346	0.7639	0.7181	0.6658	0.6570	0.6361	0.6074	0.5437	0.4304	0.3817
	C/A	102.1%	101.7%	100.2%	98.1%	96.5%	96.8%	96.8%	97.7%	99.0%	99.9%	102.2%	104.4%	98.5%

(出所：Factset のデータから著者らが作成)

5. まとめと今後の課題

本研究では、まず米国債市場においてキャリーロールダウン戦略を米国債インデックス対比で採用した際に、どの程度の超過収益率、トラッキング・エラー、インフォメーションレシオが得られるかについて実証分析を行い、イールドカーブがコントロールされている日本国債市場とは異なり、市場の歪みが殆ど無いようにプライシングされた米国債市場では単純なキャリーロール戦略が必ずしも有効な戦略とはならないことがわかった。この実証分析結果をうけて、米国債市場を対象としたキャリーロールダウン戦略を有効に働かせるためには、最適ポートフォリオが「ブレット型」と「バーベル型」の間で適切にスイッチするようなメカニズムが必要と考えた。このメカニズムを構築するため、Litterman and Scheinkman [1991]を30年ぶりに再訪して因子分析を利回り自体に適用して得られる誤差項をキャリーロールダウン戦略のシナリオリターンに組み込むモデルを提案した。提案モデルに基づくキャリーロール戦略では、米国債が売られる局面においても超過リターンが得られる可能性があ

ることを確認した。

今後の課題として、主に次の3つが挙げられる。(Ⅰ)本研究では、当法人において米国債の各年限のインデックスウエイトが容易に入手可能な2017年4月末以降の比較的短い期間における実証分析結果しか示せなかった。過去20年程度を分析期間とした長期の実証分析が必要であろう。(Ⅱ)長期の実証分析を行う際には、ここで用いた設定を柔軟にして設定自体の最適性を検討すべきである。具体的には、次のような問いへの回答が待たれる。ここでは過去2年間の月次利回りデータに対して因子分析を適用して得られたファクター・ローディングを固定してパフォーマンス分析期間に利用したが、過去2年間の長さはファクター・ローディングの推定に際して適切な長さといえるか。シナリオリターンを求める際に、半年間で割高・割安を表す誤差項の一定割合 $\gamma \cdot \varepsilon_i(0)$ が修正すると仮定して実証分析では $\gamma = 1/2$ を採用したが、どの程度に設定するのが妥当であるか等々である。(Ⅲ)ポートフォリオのリバランスに必要な取引コストを考慮することが必要である。

上記のように克服すべき課題は少なくないが、概ね無裁定条件を満たす形でフェアにプライシングされた米国債市場においてキャリーロール戦略を効果的に運用する際に、本研究のアプローチを何らかの形で活用することが可能ではないかと考える。

付録 式(1)の導出

$$P_{0,5}(x) = \frac{C_5/2}{(1+\frac{x}{2})^1} + \frac{C_5/2}{(1+\frac{x}{2})^2} + \cdots + \frac{C_5/2}{(1+\frac{x}{2})^9} + \frac{C_5/2+100}{(1+\frac{x}{2})^{10}} \quad (\text{A.1})$$

$$P_{0.5,4.5}(x) = C_5/2 + \frac{C_5/2}{(1+\frac{x}{2})^1} + \frac{C_5/2}{(1+\frac{x}{2})^2} + \cdots + \frac{C_5/2}{(1+\frac{x}{2})^8} + \frac{C_5/2+100}{(1+\frac{x}{2})^9} \quad (\text{A.2})$$

式(A.2)を現在の5年債利回り $Y_{0,5}$ の近傍で2次の項までテーラー展開すると下記となる。

$$P_{0.5,4.5}(\tilde{Y}_{0.5,4.5}) \approx P_{0.5,4.5}(Y_{0,5}) + P'_{0.5,4.5}(Y_{0,5})(\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0,5}) + \frac{1}{2}P''_{0.5,4.5}(Y_{0,5})(\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0,5})^2 \quad (\text{A.2}')$$

現在から半年間の債券価格変化(式(1)左辺の分子)は(A.1)と(A.2')を代入して整理すると、

$$\begin{aligned} P_{0.5,4.5}(\tilde{Y}_{0.5,4.5}) - P_{0,5}(Y_{0,5}) &\approx (P_{0.5,4.5}(Y_{0,5}) - P_{0,5}(Y_{0,5})) + P'_{0.5,4.5}(Y_{0,5})(\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0,5}) + \\ &\frac{1}{2}P''_{0.5,4.5}(Y_{0,5})(\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0,5})^2. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

式(A.3)の右辺第1～3項までをそれぞれ展開する。

$$〔第1項〕 = (P_{0.5,4.5}(Y_{0.5}) - P_{0.5}(Y_{0.5}))$$

式 (A.1) および (A.2) の(x)に $Y_{0.5}$ を代入して整理すると、

$$\begin{aligned} &= \left(C_5/2 + \frac{C_5/2}{\left(1 + \frac{Y_{0.5}}{2}\right)^1} + \frac{C_5/2}{\left(1 + \frac{Y_{0.5}}{2}\right)^2} + \cdots + \frac{C_5/2}{\left(1 + \frac{Y_{0.5}}{2}\right)^8} + \frac{C_5/2+100}{\left(1 + \frac{Y_{0.5}}{2}\right)^9} \right) - \left(\frac{C_5/2}{\left(1 + \frac{Y_{0.5}}{2}\right)^1} + \frac{C_5/2}{\left(1 + \frac{Y_{0.5}}{2}\right)^2} + \cdots + \frac{C_5/2}{\left(1 + \frac{Y_{0.5}}{2}\right)^9} + \frac{C_5/2+100}{\left(1 + \frac{Y_{0.5}}{2}\right)^{10}} \right) \\ &= C_5/2 + \frac{100}{\left(1 + \frac{Y_{0.5}}{2}\right)^9} - \frac{C_5/2 + 100}{\left(1 + \frac{Y_{0.5}}{2}\right)^{10}} \\ &\approx C_5/2 + 100 \left(1 - 9 \cdot \frac{Y_{0.5}}{2}\right) - (C_5/2 + 100) \left(1 - 10 \cdot \frac{Y_{0.5}}{2}\right) \\ &= C_5/2 + 100 - 450Y_{0.5} - C_5/2 + \frac{10}{4}C_5 \cdot Y_{0.5} - 100 + 1000 \cdot \frac{Y_{0.5}}{2} \\ &= 50 \cdot Y_{0.5} + \frac{5}{2}C_5 \cdot Y_{0.5}. \end{aligned}$$

ここで $C_5 \cdot Y_{0.5}$ が十分小さく無視できるものとし、またパーボンドの仮定 ($C_5 = Y_{0.5} \cdot 100$) を考慮すると、下記が得られる。

$$\approx 100 \cdot \frac{Y_{0.5}}{2} = C_5/2$$

$$\begin{aligned} 〔第2項〕 &= P'_{0.5,4.5}(Y_{0.5})(\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0.5}) \\ &= P'_{0.5,4.5}(Y_{0.5})(\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0.4.5} + Y_{0.4.5} - Y_{0.5}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 〔第3項〕 &= \frac{1}{2}P''_{0.5,4.5}(Y_{0.5})(\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0.5})^2 \\ &= \frac{1}{2}P''_{0.5,4.5}(Y_{0.5})(\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0.4.5} + Y_{0.4.5} - Y_{0.5})^2 \\ &= \frac{1}{2}P''_{0.5,4.5}(Y_{0.5})\left((\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0.4.5})^2 + 2(\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0.4.5})(Y_{0.4.5} - Y_{0.5}) + (Y_{0.4.5} - Y_{0.5})^2\right) \\ &\approx \frac{1}{2}P''_{0.5,4.5}(Y_{0.5})\left((\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0.4.5})^2 + (Y_{0.4.5} - Y_{0.5})^2\right) \end{aligned}$$

最後の近似式は、 $2(\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0.4.5})(Y_{0.4.5} - Y_{0.5})$ が十分小さいものと仮定した。

〔第1～3項〕を式(A.3)に代入すると、現在から半年間の債券価格変化（式(1)左辺の分子）は、以下のようになる。

$$\begin{aligned} &\left[\frac{C_5}{2} + P'_{0.5,4.5}(Y_{0.5})(Y_{0.4.5} - Y_{0.5}) + \frac{1}{2}P''_{0.5,4.5}(Y_{0.5})(Y_{0.4.5} - Y_{0.5})^2 + P'_{0.5,4.5}(Y_{0.5})(\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0.4.5}) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2}P''_{0.5,4.5}(Y_{0.5})(\tilde{Y}_{0.5,4.5} - Y_{0.4.5})^2 \right] \end{aligned}$$

よって式(1)の右辺を得る。



参考文献

- Cochrane, J. H. and M. Piazzesi [2005] “Bond Risk Premia,” The American Economic Review 95 (1), pp. 138–160.
- Koijen, R. S. J., T. J. Moskowitz, L. H. Pedersen, and E. B. Vrugt [2015] ” Carry,” Working Paper.
- Litterman, R. and J. Scheinkman [1991] Common Factors Affecting Bond Returns, The Journal of Fixed Income, Vol. 1, No. 1, pp. 54–61.
- Nelson, C. R. and A. F. Siegel [1987] Parsimonious Modeling of Yield Curves, Journal of Business, Vol. 60, No. 4, pp. 473–489.
- H. Reisman and G. Zohar [2004a] “Instantaneous Mean–Variance Analysis of Bond Returns,” The Journal of Fixed Income, Vol. 14, No. 1, pp.32–39.
- H. Reisman and G. Zohar [2004b] “Short–Term Predictability of the Term Structure,” The Journal of Fixed Income, Vol. 14, No. 3, pp.7–14.
- H. Reisman and G. Zohar [2004c] “Excess yields in bond hedging,” Risk, Vol. 17, No. 12, pp.93–97.
- 菊川匡・内山朋規・本廣守・西内翔 [2017]「国内債券アクティブ運用のパフォーマンスとスマートベータ戦略」『証券アナリストジャーナル』 55 (2), pp. 69–80.
- 木村玄蔵 [2021]「日米欧における低金利定着のメカニズム」『証券アナリストジャーナル』 59 (11), pp. 77–85.
- 作道俊夫 [2010]「金利のリスクプレミアム」『証券アナリストジャーナル』 48 (8), pp. 5–13.
- 日本証券アナリスト協会編/浅野幸弘・榊原茂樹監修/伊藤敬介・荻島誠治・諏訪部貴嗣 (2020),『新・証券投資論Ⅱ 実務編』, 日本経済新聞出版
- 野口博司 [2018]『図解と数値例で学ぶ多変量解析入門』, 日本規格協会
- 林田正史 [2005]「債券のリスクとリターン」『証券アナリストジャーナル』 43 (9), pp. 18–28.
- 星加裕文・宮崎浩一 [2007]「2 ファクターモデルに基づく日本国債の投資戦略」『オペレーションズ・リサーチ』 52, (2) pp. 108–114.
- 山田聡 [2000]「日本国債のリスク・プレミアムと投資戦略への応用」『証券アナリストジャーナル』 38 (12), pp. 32–62.